

Índice general

1. Estadística Actuarial	1
1.1. Introducción	1
1.2. Breve historia de la estadística actuarial	4
1.3. Fuentes de información	8
2. Probabilidad	11
2.1. Introducción	11
2.2. Experimentos, espacio muestral y sucesos	11
2.2.1. Relaciones y operaciones con sucesos	12
2.3. Definición de probabilidad	14
2.3.1. Consecuencias de los axiomas	14
2.3.2. Fórmula de Laplace	16
2.4. Probabilidad condicionada	16
2.5. La regla del producto	17
2.6. Independencia de sucesos	17
2.7. Teorema de las probabilidades totales y teorema de Bayes	20
2.8. Problemas propuestos	22
3. Variables Aleatorias Unidimensionales	25
3.1. Introducción	25
3.2. Función de distribución de una variable aleatoria	26
3.3. Variables aleatorias discretas	29
3.4. Variables aleatorias continuas	30
3.5. Variables aleatorias mixtas	32
3.6. Características de las variables aleatorias	33
3.6.1. Esperanza matemática de una variable aleatoria	33
3.6.2. Varianza, desviación típica y momentos	36
3.6.3. Teorema de Markov y desigualdad de Chebyshev	39
3.6.4. Medidas de forma de una variable aleatoria	40
3.6.5. Cuantil de orden p y moda de una variable aleatoria	41
3.7. Transformaciones de variables aleatorias	42

3.8. Problemas propuestos	44
4. Variables Aleatorias Multidimensionales	47
4.1. Introducción	47
4.2. Variables aleatorias bidimensionales	47
4.2.1. Variable aleatoria bidimensional. Función de distribución bi- dimensional	47
4.2.2. Funciones de distribución marginales	48
4.2.3. Variables aleatorias bidimensionales discretas	49
4.2.4. Variables aleatorias bidimensionales continuas	50
4.2.5. Distribuciones condicionadas	52
4.2.6. Independencia de variables aleatorias	53
4.3. Momentos multivariantes	53
4.3.1. Covarianza y coeficiente de correlación lineal	54
4.4. Momentos condicionales	57
4.4.1. Esperanza condicionada	57
4.4.2. Varianza condicionada	59
4.5. Transformaciones de variables aleatorias	60
4.5.1. Caso discreto	60
4.5.2. Caso continuo	61
4.6. Problemas propuestos	65
5. Cantidades Aleatorias de uso en Estadística Actuarial	67
5.1. Introducción	67
5.2. Funciones de supervivencia y de azar	67
5.3. Vida residual media	71
5.4. Distribución estacionaria de renovación	72
5.5. Funciones generatriz, característica y generatriz de momentos . . .	73
5.5.1. Función generatriz	74
5.5.2. Función característica	77
5.5.3. Función generatriz de momentos	79
5.5.4. Relaciones entre las tres funciones	82
5.5.5. Cumulantes y función generatriz de cumulantes	82
5.6. Transformaciones útiles en reaseguros	83
5.6.1. Transformación stop-loss	83
5.6.2. Variable límite de pérdida	85
5.6.3. Otras transformaciones	86
5.7. Mezclas de distribuciones	87
5.8. Estadísticos de orden	88
5.8.1. Distribuciones de extremos	88
5.8.2. Distribución de un estadístico de orden	89
5.9. Problemas propuestos	90

6. Distribuciones de tipo Discreto	93
6.1. Introducción	93
6.2. Distribución uniforme discreta	93
6.2.1. Convoluciones	94
6.3. Distribución de Bernoulli	95
6.4. Distribución binomial	96
6.4.1. Representación	96
6.4.2. Funciones generatriz y característica	97
6.4.3. Momentos	97
6.4.4. Convoluciones	98
6.4.5. Otras propiedades	98
6.5. Distribución de Poisson	99
6.5.1. Funciones generatriz y característica	101
6.5.2. Momentos	101
6.5.3. Límite de la distribución binomial	102
6.5.4. Convoluciones	103
6.5.5. Otras propiedades	103
6.6. Distribución hipergeométrica	105
6.7. Distribución geométrica o de Pascal	106
6.7.1. Funciones generatriz y característica	106
6.7.2. Momentos	107
6.7.3. Otras propiedades	107
6.8. Distribución binomial negativa	109
6.8.1. Funciones generatriz y característica	110
6.8.2. Momentos	110
6.8.3. Convoluciones	111
6.8.4. Distribuciones límites	111
6.8.5. Otras propiedades	111
6.9. Distribución logarítmica	113
6.10. Distribución multinomial	114
6.11. Sistemas de distribuciones	114
6.11.1. La clase de distribuciones $(a, b, 0)$	114
6.11.2. La clase de distribuciones $(a, b, 1)$	115
6.12. Distribuciones compuestas	116
6.13. Problemas propuestos	117
7. Distribuciones de tipo Continuo	119
7.1. Introducción	119
7.2. Distribución uniforme	120
7.2.1. Funciones característica y de momentos	120
7.2.2. La transformación integral	121
7.3. Distribución beta de primera especie	123
7.3.1. Transformaciones y relaciones	123

7.3.2. Características	124
7.3.3. Distribución beta con cuatro parámetros	125
7.4. Distribución normal	126
7.4.1. Características	129
7.4.2. Convoluciones	131
7.4.3. El teorema central del límite	132
7.5. Distribución log-normal	134
7.5.1. Momentos	135
7.5.2. Reproductividad	136
7.5.3. Distribución log-normal con tres parámetros	137
7.6. Distribuciones de Pareto	138
7.6.1. Génesis de las distribuciones de Pareto	139
7.6.2. Características	140
7.7. Distribución de Pareto generalizada	142
7.7.1. Características	144
7.8. Distribución inversa Gaussiana	145
7.8.1. Momentos	147
7.8.2. Convoluciones y distribuciones en el muestreo	147
7.9. Distribución exponencial	148
7.9.1. Características	148
7.10. Distribución gamma	151
7.10.1. Características	151
7.10.2. Convoluciones	152
7.10.3. Extensiones de la distribución gamma	153
7.11. Distribuciones de extremos	154
7.11.1. Distribución de Gumbel	154
7.11.2. Distribución de Weibull	157
7.11.3. Distribución de Fréchet	158
7.12. Distribuciones de Benktander	160
7.13. Distribuciones para la duración de una vida	161
7.13.1. Distribución de Gompertz	162
7.13.2. Distribución de Makeham	162
7.14. Distribuciones relacionadas con la normal	163
7.14.1. Distribución chi-cuadrado de Pearson	163
7.14.2. Distribución t de Student	164
7.14.3. Distribución \mathcal{F} de Snedecor	165
7.15. Problemas propuestos	166
8. Inferencia Estadística	169
8.1. Introducción	169
8.2. Estimación puntual	169
8.3. Estimadores insesgados	171
8.4. Comparación de estimadores	172

8.5. Estimadores consistentes	176
8.6. Estimadores suficientes	179
8.7. Métodos de estimación	181
8.7.1. Método de los momentos	181
8.7.2. Estimadores de máxima verosimilitud	182
8.7.3. El delta método	190
8.7.4. Estimación eficiente de la varianza	191
8.8. Estimación por intervalos de confianza	194
8.9. Contraste de hipótesis	197
8.9.1. Contrastes unilaterales y bilaterales	203
8.9.2. Razón de verosimilitudes	207
8.10. Problemas propuestos	215
9. Estimación, Selección y Validación de Modelos	219
9.1. Introducción	219
9.2. Estimación de la distribución de Poisson	219
9.3. Estimación de la distribución binomial negativa	220
9.3.1. Estimadores de momentos	220
9.3.2. Estimadores de máxima verosimilitud	221
9.4. Estimación de la distribución logarítmica	222
9.5. Estimación de la distribución log-normal	223
9.5.1. Estimadores de momentos	223
9.5.2. Estimadores de máxima verosimilitud	224
9.6. Estimación de la distribución gamma	225
9.6.1. Estimadores de momentos	225
9.6.2. Estimadores de máxima verosimilitud	226
9.7. Estimación de la distribución Pareto tipo I	227
9.7.1. Estimadores de mínimos cuadrados	228
9.7.2. Estimadores de momentos	228
9.7.3. Estimadores de máxima verosimilitud	229
9.7.4. Estimadores por el método de los percentiles	230
9.7.5. Estimación con σ conocido	231
9.8. Distribución de Pareto tipo II	232
9.8.1. Estimadores de momentos	232
9.8.2. Estimadores de máxima verosimilitud	233
9.9. Estimación de la distribución inversa Gaussiana	233
9.9.1. Estimadores de momentos	234
9.9.2. Estimadores de máxima verosimilitud	234
9.10. Estimación de las distribuciones de extremos	234
9.10.1. Estimación de la distribución de Weibull	235
9.10.2. Estimación de la distribución de Gumbel	236
9.11. Selección y validación de modelos	237
9.12. Problemas propuestos	248

10. Elementos de Estadística Bayesiana	253
10.1. Introducción a la estadística bayesiana	253
10.2. Teorema de Bayes para el caso discreto y continuo	255
10.2.1. Uso secuencial del teorema de Bayes	263
10.2.2. La distribución predictiva	264
10.3. Estimación bayesiana puntual: intervalos y test de hipótesis	265
10.3.1. Estimación puntual	265
10.3.2. Intervalos bayesianos de credibilidad	266
10.3.3. Tests de hipótesis bayesianos	268
10.4. Inferencia bayesiana y teoría de la decisión	275
10.4.1. Funciones de pérdidas en estadística actuarial	276
10.4.2. Estimadores puntuales bayesianos	277
10.4.3. Tests de hipótesis	279
10.5. Problemas propuestos	281
11. Inferencia Bayesiana	283
11.1. Especificación de densidades a priori	283
11.1.1. Familias conjugadas	286
11.1.2. Densidades a priori no informativas	300
11.1.3. Críticas a la elicitación a priori	303
11.2. Análisis bayesiano para datos normales	304
11.2.1. Caso de media desconocida y varianza conocida	304
11.2.2. Caso de media conocida y varianza desconocida	309
11.2.3. Caso de media y varianza desconocida	310
11.2.4. Caso no informativo	311
11.3. Análisis bayesiano de datos binarios	314
11.3.1. Datos binarios en el caso discreto	315
11.3.2. Datos binarios en el caso continuo	318
11.3.3. Comparación de dos proporciones	331
11.4. Aspectos computacionales	336
11.4.1. Métodos de Monte Carlo	337
11.4.2. Métodos de Monte Carlo y Cadenas de Markov (MCMC)	341
11.4.3. Un modelo jerárquico para datos de frecuencia de reclamaciones con WinBUGS	347
11.4.4. Un modelo para la distribución predictiva para cantidades reclamadas con datos de reaseguros con WinBUGS	354
11.5. Problemas propuestos	358
12. Tarificación	363
12.1. Introducción	363
12.2. Principios de cálculo de prima	363
12.2.1. Propiedades	364
12.3. Prima de riesgo, colectiva y Bayes	366

12.4. La teoría de la credibilidad	377
12.4.1. Credibilidad total	378
12.4.2. Credibilidad parcial	380
12.4.3. Credibilidad e inferencia bayesiana	381
12.4.4. Modelo de Bühlmann de distribución libre	383
12.5. Sistemas bonus-malus	391
12.5.1. Cálculo de primas bonus-malus. Método bayesiano	392
12.5.2. Penalización de las sobrecargas	394
12.5.3. Método markoviano	400
12.6. Reaseguros	401
12.6.1. Reaseguro proporcional	402
12.6.2. Reaseguro excess loss	403
12.6.3. Reaseguro stop-loss	409
12.6.4. Otras formas de reaseguro	410
12.6.5. Franquicias	410
12.7. Problemas propuestos	411
13. Modelos de Riesgo Colectivo e Individual	413
13.1. Introducción	413
13.2. Modelo de riesgo colectivo	413
13.2.1. Resultados generales	415
13.2.2. Algunos modelos específicos	419
13.2.3. Fórmula de recursión de Panjer	424
13.2.4. Otras fórmulas de recursión	436
13.2.5. Aproximación de la cantidad total reclamada	438
13.2.6. Tarificación bajo el modelo colectivo compuesto	449
13.3. Modelo de riesgo individual	453
13.3.1. Cálculo directo mediante convolución	455
13.3.2. Fórmula de recursión de De Pril	456
13.3.3. Cálculo aproximado mediante el modelo colectivo	463
13.4. Problemas propuestos	465
14. El modelo IBNR	469
14.1. Introducción y conceptos básicos	469
14.2. El modelo log-normal	470
14.3. Un modelo más general	476
15. Teoría de la Ruina	487
15.1. Introducción	487
15.2. Proceso de riesgo	488
15.3. El problema de la ruina	488
15.3.1. Ruina con horizonte infinito	491
15.3.2. Ruina con horizonte finito	491

15.4. La probabilidad de supervivencia	491
15.5. Coeficiente de ajuste y desigualdad de Lundberg	495
15.6. Cálculo exacto y aproximado de la probabilidad de ruina. Cotas	497
15.6.1. Cálculo exacto de la probabilidad de ruina	497
15.6.2. Cálculo aproximado de la probabilidad de ruina	499
15.6.3. Cotas inferior y superior de la probabilidad de ruina	500
15.7. Problemas propuestos	505
A. Breve manual de FirstBayes	507
A.1. Presentación	507
A.2. Contenido	507
A.3. Instalación	508
A.4. Iniciando FirstBayes	508
A.5. Tratamiento de los datos	510
A.6. Cargar datos	510
A.7. Crear una nueva base de datos	511
A.8. APL data entry	512
A.9. Distribuciones	512
A.10. Algunas distribuciones	513
A.10.1. Distribución beta	513
A.10.2. Distribución binomial	513
A.10.3. Distribución gamma	513
A.10.4. Distribución normal	514
A.10.5. Distribución Poisson	514
A.11. Mezclas	515
A.12. Los seis análisis	516
A.13. Análisis beta-binomial	517
A.13.1. Datos	518
A.13.2. Incorporación de información a priori	519
A.13.3. Distribución a posteriori	521
A.14. Análisis gamma-Poisson	523
A.14.1. Datos	523
A.14.2. Incorporación de información a priori	525
A.14.3. Distribución a posteriori	525
A.15. Análisis normal con varianza conocida	526
A.15.1. Datos	527
A.15.2. Incorporación de información a priori	528
A.15.3. Distribución a posteriori	529

B. Breve manual de WinBUGS	531
B.1. Presentación	531
B.2. Especificando el modelo: distribución a priori y verosimilitud . . .	532
B.3. Inferencia sobre una proporción	533
B.4. Ejecutando el modelo	534
B.5. Obteniendo la distribución a posteriori	537
B.6. Dos tasas de fallo, diferencia de tasas, riesgo relativo y odds ratio .	542
B.7. Función <i>for</i>	546
B.8. Entrada de datos	547
B.8.1. Datos en forma de tablas	548
B.8.2. Importar datos de Excel	548
B.9. Datos normales y validez del modelo	548
B.10. Programación en Doodle	556
B.11. Recursos adicionales	561
 Bibliografía	 563
 Índice	 573