

CONTENIDO

Prefacio ix

Capítulo 1

Introducción a las ecuaciones diferenciales 1

- 1-1 Las ecuaciones diferenciales en las ciencias y en la ingeniería 2
- 1-2 ¿Cómo surgen las ecuaciones diferenciales? 3
- 1-3 Breve repaso de conceptos básicos 9
 - Variables dependientes e independientes* 9
 - Funciones continuas y discontinuas* 10
 - Derivadas y diferenciales* 10
 - Integración* 12
- 1-4 Clasificación de las ecuaciones diferenciales 14
- 1-5 Soluciones de ecuaciones diferenciales 17
- 1-6 Resolución de ecuaciones diferenciales por integración directa 20
- 1-7 Introducción a métodos de computadora 25
 - Graficación de soluciones* 26
 - Integración simbólica* 27
 - Funciones especiales de las matemáticas* 28
 - Integración numérica* 29
 - Consideraciones para solucionar una ecuación diferencial por computadora* 31
- 1-8 Resumen 32
 - Problemas 33

Capítulo 2

Ecuaciones diferenciales de primer orden 39

- 2-1 Descripción general de las ecuaciones diferenciales de primer orden 40
- 2-2 Ecuaciones lineales de primer orden 41
 - Factor de integración* 41
 - Caso especial: Ecuaciones con coeficientes constantes y lado derecho constante* 43
 - Existencia y unicidad de las soluciones* 44
- 2-3 Aplicaciones de ecuaciones lineales de primer orden 47
 - Estimación del tiempo de respuesta con la constante de tiempo* 49
- 2-4 Ecuaciones diferenciales no lineales de primer orden 57
- 2-5 Ecuaciones separables de primer orden 58

Trayectorias ortogonales y ecuaciones diferenciales 66
Transformación de ecuaciones no separables en separables 66

Ecuaciones diferenciales homogéneas 67

- 2-6 Ecuaciones diferenciales exactas de primer orden 70
 - Definición de una ecuación diferencial exacta* 71
 - Solución alternativa: método de agrupamiento* 74
 - Factores de integración* 75
- 2-7 Métodos gráficos 75
- 2-8 Plantamiento sistemático para resolver ecuaciones de primer orden 78
- 2-9 Métodos de computadora para ecuaciones de primer orden 79
 - Cómo obtener soluciones de forma cerrada* 79
 - Cómo generar gráficas de contorno* 81
 - Cómo obtener gráficas de campo de direcciones* 82
- 2-10 Resumen 83
 - Problemas 84

Capítulo 3

Ecuaciones diferenciales lineales de segundo orden 91

- 3-1 Introducción a las ecuaciones lineales de segundo orden 92
- 3-2 Independencia lineal y el wronskiano de funciones 97
 - El wronskiano de dos funciones* 98
 - Independencia lineal y el wronskiano de n funciones* 100
- 3-3 Teoría de las ecuaciones homogéneas 102
- 3-4 Reducción de orden 110
- 3-5 Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes 112
 - Caso 1: Raíces reales y desiguales ($m_1 \neq m_2$)* 113
 - Caso 2: Raíces reales e iguales ($m_1 = m_2$)* 116
 - Caso 3: Raíces complejas ($m_{1,2} = \alpha \pm i\beta$)* 117
- 3-6 Teoría de las ecuaciones lineales no homogéneas 122
- 3-7 Ecuaciones no homogéneas: el método de coeficientes indeterminados 125
 - Discusión 1* 128
 - Discusión 2* 128
- 3-8 Ecuaciones no homogéneas: el método de variación de parámetros 135
- 3-9 Ecuación de Euler 138

Método alterno de solución 140

Caso 1: Raíces reales y desiguales ($r_1 \neq r_2$) 141

Caso 2: Raíces reales e iguales ($r_1 = r_2 = r$) 141

Caso 3: Raíces complejas ($r_{1,2} = \alpha \pm i\beta$) 141

3-10 Aplicaciones de ecuaciones lineales de segundo orden con coeficientes constantes 145

Vibraciones mecánicas 145

Ecuación diferencial de vibraciones mecánicas 146

Caso 1: $c^2 - 4mk > 0$ (movimiento sobreamortiguado) 154

Caso 2: $c^2 - 4mk = 0$ (movimiento críticamente amortiguado) 154

Caso 3: $c^2 - 4mk \leq 0$ (movimiento subamortiguado u oscilatorio) 155

Discusión 157

Circuitos eléctricos 158

3-11 Métodos de computadora para ecuaciones lineales de segundo orden 161

Vibraciones forzadas amortiguadas con entrada derivada 162

3-12 Resumen 165

Problemas 167

Capítulo 4

Ecuaciones diferenciales lineales de orden superior 177

4-1 Introducción a las ecuaciones lineales de orden superior 178

4-2 Teoría de las ecuaciones homogéneas 181

4-3 Reducción de orden 183

4-4 Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes 184

Cómo encontrar las raíces de ecuaciones polinomiales 185

Caso especial: Raíces reales enteras 185

Cómo construir la solución general 186

Caso 1: Raíces reales y distintas 186

Caso 2: Raíces repetidas 187

Caso 3: Raíces complejas 187

4-5 Teoría de las ecuaciones no homogéneas 192

4-6 Ecuaciones no homogéneas: el método de coeficientes indeterminados 193

4-7 Ecuaciones no homogéneas: el método de variación de parámetros 195

4-8 Ecuación de Euler 199

4-9 Métodos de computadora para ecuaciones de orden superior 201

4-10 Resumen 204

Problemas 205

Capítulo 5

Ecuaciones diferenciales lineales: coeficientes variables 209

5-1 Repaso de series de potencias 210

Cómo desplazar el índice de sumatoria 212

Convergencia de series de potencias 214

Derivadas de series de potencias 217

5-2 Introducción a las soluciones por series de potencias 219

5-3 Puntos ordinarios contra singulares 226

5-4 Soluciones por serie de potencias alrededor de un punto ordinario 231

5-5 Ecuación de Legendre y polinomios de Legendre 238

Polinomios de Legendre 240

5-6 Soluciones por serie alrededor de un punto singular regular 243

5-7 Ecuación de Bessel y funciones de Bessel 261

Función gamma 270

Propiedades de las funciones de Bessel 272

Funciones de Bessel modificadas 273

5-8 Métodos de computadora 275

Soluciones con MuPAD* 275

Soluciones con Maple 277

Soluciones con Mathematica 279

5-9 Resumen 280

Problemas 283

Capítulo 6

Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales: metodología escalar 287

6-1 Descripción general de sistemas de ecuaciones diferenciales 288

Sistemas que contienen derivadas de orden superior 289

Clasificación de sistemas de ecuaciones 291

6-2 Origen de sistemas de ecuaciones diferenciales 293

6-3 Método de eliminación 295

Método de eliminación para sistemas no homogéneos 299

6-4 Método de valores característicos 301

Términos no homogéneos que son soluciones de la ecuación homogénea relacionada 306

Modos 308

6-5 Métodos de computadora 312

6-6 Resumen 314

Problemas 314

*MuPAD® es una marca registrada de Sciface Software GmbH & Co.

Capítulo 7

Sistemas de ecuaciones diferenciales lineales: método de matrices 319

- 7-1 Repaso de matrices 320
 - Propiedades de las matrices* 322
- 7-2 Modelos en forma matricial 329
- 7-3 Valores característicos y vectores característicos 334
 - Operaciones con renglones* 335
 - Sistemas homogéneos* 341
 - Independencia lineal de vectores* 343
 - Valores característicos y vectores característicos* 346
 - Caso especial: Matriz A con un factor común* 352
- 7-4 Teoría de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales 355
 - Teoría de sistemas lineales homogéneos* 357
 - Teoría de sistemas lineales no homogéneos* 361
- 7-5 Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes 362
 - Caso 1: Valores característicos reales y distintos* 364
 - Caso 2: Valores característicos complejos* 367
 - Caso 3: Valores característicos repetidos* 372
 - Discusión* 375
- 7-6 Sistemas lineales no homogéneos 380
 - Método de coeficientes indeterminados* 380
 - Variación de parámetros* 383
 - Sistemas no homogéneos de problemas de valor inicial* 386
- 7-7 Formas canónicas y matriz de transición 389
 - Diagonalización* 389
 - Matriz de transición* 396
- 7-8 Métodos computacionales 400
- 7-9 Resumen 406
 - Problemas 408

Capítulo 8

Transformada de Laplace 419

- 8-1 Transformadas de Laplace de funciones 420
- 8-2 Existencia de transformadas de Laplace 423
- 8-3 Propiedades básicas de la transformada de Laplace 425
 - Propiedad 1: Linealidad de la transformada de Laplace* 426
 - Propiedad 2: Propiedad de translación (o corrimiento)* 427
 - Propiedad 3: Transformada de Laplace de $t^n f(t)$* 427
 - Propiedad 4: Transformada de Laplace de $f(t)/t$* 428

Propiedad 5: Transformada de Laplace de $\int_0^t f(t) dt$ 429

Propiedad 6: Cambio de escala 429

- 8-4 Transformadas de Laplace de funciones escalonadas, periódicas y de impulso 430
 - Función de escalón unitario* 430
 - Funciones periódicas* 434
 - Funciones de impulso* 436
- 8-5 Transformadas de Laplace de derivadas y ecuaciones diferenciales 438
 - Transformada de Laplace y ecuaciones diferenciales* 440
- 8-6 Transformada inversa de Laplace 442
 - Cómo completar polinomios cuadráticos al cuadrado* 444
- 8-7 Fracciones parciales 445
 - Determinación de constantes arbitrarias* 447
- 8-8 Teorema de convolución 449
- 8-9 Resolución de ecuaciones diferenciales por transformada de Laplace 451
 - Solución con condiciones generales en la frontera* 455
 - Funciones de transferencia* 456
- 8-10 Resolución de sistemas de ecuaciones diferenciales lineales por transformada de Laplace 457
 - Funciones de transferencia de sistemas de ecuaciones* 460
 - Matriz de transición* 461
 - Matriz de funciones de transferencia* 462
 - Forma matricial del teorema de convolución* 463
- 8-11 Métodos de transformada de Laplace con ayuda de computadora 465
- 8-12 Resumen 473
 - Perspectiva histórica 474
 - Problemas 475

Capítulo 9

Resolución numérica de ecuaciones diferenciales 483

- 9-1 Integración numérica 484
 - Método de franjas rectangulares* 485
 - Regla trapezoidal* 488
 - Regla de Simpson* 490
- 9-2 Solución numérica de ecuaciones diferenciales 493
 - Caso 1: $f = f(x)$* 493
 - Caso 2: $f = f(x, y)$* 495
- 9-3 Método de Euler 496
- 9-4 Errores en métodos numéricos 499
 - Error de discretización* 500
 - Error de redondeo* 501
 - Control del error* 502
- 9-5 Método de Euler mejorado 504
 - Caso especial: $f = f(x)$* 507

- 9-6** Métodos de la serie de Taylor 508
- 9-7** Método de Runge-Kutta 511
Caso especial: $f = f(x)$ 514
Runge-Kutta Fehlberg 514
- 9-8** Métodos de pasos múltiples y predictores-correctores 515
Métodos predictores-correctores 517
- 9-9** Sistemas de ecuaciones de primer orden 522
Método de Euler 523
Método clásico de Runge-Kutta 523
Método predictor-corrector de Adams-Moulton 524
- 9-10** Soluciones numéricas con programas comerciales 527

Programas de resolución MATLAB ODE 527
Ecuaciones diferenciales de orden superior 534
Soluciones numéricas con Maple 537
Soluciones numéricas con Mathematica 538
Soluciones numéricas con MuPAD 538

- 9-11** Resumen 540
 Perspectiva histórica 542
 Problemas 542

Índice analítico 551

¹MATLAB[®] es una marca registrada de The MathWorks, Inc.

²Maple[®] es una marca registrada de Waterloo Maple, Inc.

³Mathematica[®] es una marca registrada de Wolfram Research, Inc.