

CONTENIDO

Formalidades
Dedicatoria
Reconocimientos
Agradecimiento especial
Presentación de la obra
Amigo Estudiante
Estimado Docente

UNIDAD I

1

- Presentación de la Unidad 1**
- 1.1. Introducción 2
 - 1.2. Definición 4
 - 1.3. Casos que se presentan 7
 - 1.3.A. Estimación de un límite a partir de una gráfica 7
 - 1.3.B. Límites que no existen 7
 - 1.3.C. Estimación numérica de un límite 9
 - 1.4. Propiedades de los límites 10
 - 1.5. Técnicas y teoremas para el cálculo de límites 10
 - 1.5.A. Técnica de cancelación 10
 - 1.5.B. Técnica de racionalización 12
 - 1.5.C. Teorema del encaje o emparedado 12
 - 1.5.D. Determinación del límite por cociente de diferencia 13
 - 1.5.E. Caso especial de límite 14
 - 1.6. Límites laterales, infinitos y al infinito 15
 - 1.6.A. Límites laterales 15
 - 1.6.B. Límites infinitos 17
 - 1.6.C. Límites al infinito 20
 - C.1. Límites al infinito de funciones racionales 21
 - C.2. Límites al infinito para funciones polinomiales 23
 - C.3. Límites al infinito para funciones definida por partes 24
 - 1.7. Asíntotas verticales 25
 - 1.7.A. Introducción 25
 - 1.7.B. Definición de asíntota vertical, AV 25
 - 1.7.C. Consideraciones 25
 - 1.8. Asíntotas horizontales 29
 - 1.8.A. Introducción 29
 - 1.8.B. Definición de asíntota horizontal, AH 29
 - 1.8.C. Consideraciones 29
 - 1.9. Continuidad 32
 - 1.9.A. Introducción 32
 - 1.9.B. Casos que se presentan 32
 - B.1. Continuidad en un punto 32
 - B.2. Continuidad en un intervalo abierto 33
 - B.3. Continuidad en un intervalo cerrado 34
 - B.4. Continuidad de una función raíz n 35
 - B.5. Continuidad de una función polinomial 36
 - B.6. Continuidad de una función compuesta 36

1.10.	Propiedades de la continuidad	37
1.10.A.	Introducción	37
1.10.B.	Propiedades	37
1.11.	Discontinuidad	38
1.11.A.	Introducción	38
1.11.B.	Definición	38
1.11.C.	Tipos de discontinuidad	38
C.1.	Discontinuidad removible	39
C.2.	Discontinuidad no removible	39
C.3.	Discontinuidad infinita	39
C.4.	Discontinuidad escalonada	39
1.11.D.	Casos de discontinuidad que se presentan	40
D.1.	Discontinuidad en un punto	40
D.2.	Discontinuidad de una función racional	41
D.3.	Discontinuidad de una función definida por partes	41
1.12.	Teorema del valor intermedio	42
1.12.A.	Introducción	42
1.12.B.	Definición	42
1.12.C.	Aplicaciones del TVI	42
1.12.D.	Búsqueda de raíces o ceros de una ecuación polinómica	43
EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA		44
PROBLEMAS RESUELTOS		47

UNIDAD II

2

- Presentación de la Unidad 71**
- 2.1. La recta 72
 - 2.1.A. Introducción 72
 - 2.1.B. Pendiente de una recta 72
 - B.1. Tipos de pendiente 73
 - B.2. Recta tangente a una curva 73
 - 2.1.C. Ecuaciones de una recta 73
 - 2.1.D. Razones de cambio 76
- 2.2. Interpretación geométrica de la derivada 76
 - 2.2.A. Introducción 76
 - 2.2.B. Análisis de la recta tangente a una curva a partir de una recta secante 76
 - 2.2.C. Pendiente de la recta tangente a una curva 77
- 2.3. Derivada de una función 79
 - 2.3.A. Definición 79
 - 2.3.B. Diferenciabilidad implica continuidad 83
 - 2.3.C. Razones por las cuales una función no es diferenciable en un punto 84
 - 2.3.D. Derivada lateral de una función en un punto 85
- 2.4. Reglas básicas de diferenciación 87
 - 2.4.A. Introducción 87
 - 2.4.B. Reglas de diferenciación 87
 - 2.4.C. Demostración de las reglas de diferenciación 87
 - C.1. Derivada de la función constante 87
 - C.2. Derivada de la función potencia 87
 - C.3. Derivada de la función constante por una función de una variable 87
 - C.4. Derivada de la suma y diferencia 87
- 2.5. Reglas del producto y del cociente 88
 - 2.5.A. Regla del producto 88
 - 2.5.B. Regla del cociente 89
- 2.6. La derivada como razón de cambio 91
 - 2.6.A. Introducción 91
 - A.1. Razón de cambio promedio 91
 - A.2. Razón de cambio instantánea 91
- 2.7. Regla de la cadena y regla de la potencia 93
 - 2.7.A. Introducción 93
 - 2.7.B. Definición 93
 - 2.7.C. Regla de la cadena para potencia de funciones 95
- 2.8. Derivada de funciones logarítmicas 97
 - 2.8.A. Introducción 97
 - 2.8.B. Definición 97
 - 2.8.C. Caso especial de la función logaritmo natural 97
 - 2.8.D. Regla de la cadena para funciones logarítmicas 99
 - 2.8.E. Derivadas de funciones logarítmicas de base b 100
- 2.9. Derivada de funciones exponenciales 101
 - 2.9.A. Introducción 101
 - 2.9.B. Definición 101
 - 2.9.C. Caso especial de la función e^x 102
 - 2.9.D. Regla de la cadena para funciones exponenciales 102
 - 2.9.E. Derivada de funciones exponenciales de base a 103

2.10.	Diferenciación implícita	104
2.10.A.	Introducción	104
2.10.B.	Definición	104
2.10.C.	Procedimiento	104
2.11.	Derivadas de orden superior	107
2.11.A.	Introducción	107
2.11.B.	Definición	107
2.12.	Derivadas de funciones trigonométricas	110
2.12.A.	Introducción	110
2.12.B.	Teoremas de la derivada de funciones trigonométricas	110
2.12.C.	Demostración de las derivadas de funciones trigonométricas	110
C.1.	Demostración de la derivada del seno	112
C.2.	Demostración de la derivada del coseno	113
C.3.	Demostración de la derivada de la tangente	113
C.4.	Demostración de la derivada de la secante	114
2.12.D.	Teoremas de la derivada de funciones trigonométricas inversas	115
2.12.E.	Demostración de las derivadas de funciones trigonométricas inversas	115
E.1.	Demostración de la derivada de la función inversa del seno	115
E.2.	Demostración de la derivada de la función inversa del coseno	116
E.3.	Demostración de la derivada de la función inversa de la secante	117
2.13.	Derivadas de funciones hiperbólicas	119
2.13.A.	Introducción	119
2.13.B.	Definición	119
2.13.C.	Función par e impar	119
2.13.D.	Gráfica de las funciones hiperbólicas	120
2.13.E.	Demostración de las funciones hiperbólicas	121
2.13.F.	Derivada de funciones hiperbólicas	122
2.13.G.	Demostración de las derivadas de las funciones hiperbólicas	123
2.13.H.	Derivada de funciones hiperbólicas inversas	124
H.1.	Introducción	124
H.2.	Demostración de la función seno hiperbólico inversa	124
H.3.	Gráfica de las funciones hiperbólicas inversas	125
H.4.	Derivada de funciones hiperbólicas inversas	125
H.5.	Demostración de las derivadas de las funciones hiperbólicas inversas	125
2.14.	Funciones marginales en economía	126
2.14.A.	Introducción	126
2.14.B.	Definición del análisis marginal	126
2.14.C.	Definiciones básicas	126
C.1.	Costo marginal, $C'(q)$	126
C.2.	Costo promedio $\bar{C}(q)$	128
C.3.	Ingreso marginal $R'(x)$	129
C.4.	Razones de cambio relativa y porcentual	130

- C.5. Función de consumo 131
 - C.5.1. Propensión marginal al consumo
PMC 131
 - C.5.2. Propensión marginal al ahorro
PMA 131
 - C.5.3. Relación de la propensión marginal
al consumo y propensión marginal
al ahorro 131
- C.6. Productividad marginal 132
- C.7. Rendimiento marginal 132
- C.8. Tasa de impuesto marginal 133
- C.9. Funciones de ganancia 133

EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA 134
PROBLEMAS RESUELTOS 141

UNIDAD III

3

- Presentación de la Unidad** 183
- 3.1. Aplicaciones adicionales de la derivada 184
 - 3.2. Extremos relativos de una función 184
 - 3.2.A. Introducción 184
 - 3.2.B. Definición de extremos relativos 185
 - B.1. Valor máximo relativo 185
 - B.2. Valor mínimo relativo 185
 - B.3. Condiciones para extremos relativos 186
 - B.4. Valores críticos y puntos críticos 186
 - B.5. Criterios para extremos relativos 187
 - 3.3. Extremos absolutos de una función 188
 - 3.3.A. Introducción 188
 - 3.3.B. Definición de extremos absolutos 188
 - B.1. Valor máximo absoluto 188
 - B.2. Valor mínimo absoluto 188
 - 3.4. El teorema del valor extremo, TVE 196
 - 3.4.A. Definición 196
 - 3.4.B. Procedimiento para obtener los extremos absolutos en un intervalo cerrado 196
 - 3.4.C. Interpretación geométrica 197
 - 3.5. El teorema de Rolle, TR 200
 - 3.5.A. Introducción 200
 - 3.5.B. Interpretación geométrica 200
 - 3.5.C. Definición 201
 - 3.5.D. Demostración 201
 - 3.6. El teorema de valor medio, TVM 204
 - 3.6.A. Introducción 204
 - 3.6.B. Interpretación geométrica 204
 - 3.6.C. Definición 204
 - 3.6.D. Demostración 204
 - 3.6.E. Interpretación física 205
 - 3.7. Funciones crecientes y decrecientes 208
 - 3.7.A. Introducción 208
 - 3.7.B. Definición 209
 - 3.7.C. Criterio de la primera derivada para una función creciente y decreciente 209
 - 3.7.D. Estrategias para determinar los intervalos donde una función f crece o decrece usando la primera derivada 210
 - 3.8. Aplicación de la primera derivada 213
 - 3.8.A. Introducción 213
 - 3.8.B. Criterio de la primera derivada para extremos relativos 213
 - 3.9. Concavidad y puntos de inflexión 216
 - 3.9.A. Introducción 216
 - 3.9.B. Definición de concavidad 216
 - 3.9.C. Criterio de la segunda derivada para determinar la concavidad 217
 - 3.9.D. Definición de puntos de inflexión 219
 - 3.9.E. Criterio de la segunda derivada para obtener los puntos de inflexión 219

3.10. Aplicación de la segunda derivada	221
3.10.A. Introducción	221
3.10.B. Criterio de la segunda derivada para extremos relativos	221
3.10.C. Comparación de criterios, de la primera y segunda derivada	223
3.11. Análisis y trazo de la gráfica de una función	224
3.11.A. Introducción	224
3.11.B. Procedimiento general para trazar a mano gráficas de funciones	224
1. Cálculo de la extensión	225
2. Cálculo de las intersecciones	225
3. Determinación de las asíntotas	225
4. Respecto a la simetría	226
5. Primera derivada, los valores o números críticos, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los extremos relativos	226
6. Segunda derivada, el sentido de la concavidad, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la gráfica	227
7. Ficha de resumen	229
8. Bosquejo de la gráfica de la función	230
3.12. Optimización I	231
3.12.A. Introducción	231
3.12.B. Definición	231
3.12.C. Criterio de la segunda derivada para extremos absolutos	232
3.13. Optimización II	235
3.13.A. Introducción	235
3.13.B. Estrategias para resolver problemas de optimización	235
3.14. Principios generales del análisis marginal	239
3.14.A. Introducción	239
3.14.B. Criterio del análisis marginal para la utilidad máxima	239
3.14.C. Criterio del análisis marginal para el costo promedio mínimo	240
3.14.D. Elasticidad del precio de la demanda	242
3.14.E. Elasticidad de la demanda respecto al precio	242
3.14.F. Niveles de elasticidad	242
3.14.G. Niveles de elasticidad y efecto sobre el ingreso	242
3.14.H. Estructura de mercado	243
H.1. Competencia Perfecta	243
H.2. Competencia imperfecta	243
a.- Monopolio	243
b.- Competencia Monopolística	243
c.- Oligopolio	243
EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA	244
PROBLEMAS RESUELTOS	253
