



CONTENIDO

Formalidades
Dedicatoria
Reconocimientos
Agradecimiento especial
Presentación de la obra
Amigo Estudiante
Estimado Docente

CAPÍTULO I

Matrices, Determinantes y Sistemas de ecuaciones lineales

MOTIVACIÓN 1

Presentación del capítulo 2

- 1.1. Introducción. 2
- 1.2. Definición. 3
- 1.3. Definiciones previas. 3
 - 1.3.A. Notación de un elemento. 3
 - 1.3.B. Notación de una matriz. 3
 - 1.3.C. Orden de una matriz. 4
 - 1.3.D. Identificación de los elementos. 4
 - 1.3.E. Tipos de elementos. 5
 - 1.3.F. Construcción de matrices. 5
 - 1.3.G. Igualdad de matrices. 7
 - 1.3.H. Transpuesta de una matriz. 8
- 1.4. Matrices especiales. 9
- 1.5. Operaciones con matrices. 12
 - 1.5.A. Introducción. 12
 - 1.5.B. Adición de matrices. 12
 - 1.5.C. Sustracción de matrices. 13
 - 1.5.D. Multiplicación de un escalar por una matriz. 14
 - 1.5.E. Multiplicación de una matriz fila por una matriz columna. 16
 - 1.5.F. Producto de matrices. 16
 - 1.5.G. Potenciación de matrices. 19
 - 1.5.H. Traza de una matriz. 21
- 1.6. Determinante de una matriz. 21
 - 1.6.A. Definición. 21
 - 1.6.B. Determinante de una matriz de orden 2. 21
 - 1.6.C. Determinante de una matriz de orden 3. 22
 - 1.6.D. Propiedades del determinante. 23
 - 1.6.E. Menores y cofactores. 23

- E.1. Introducción. 23
- E.2. Menores. 23
- E.3. Cofactores. 23
- E.4. Desarrollo de un determinante por cofactores. 24
- E.5. Matriz de cofactores de A. 25
- E.6. Matriz Adjunta. 26
- 1.7. Definiciones básicas. 27
 - 1.7.A. Matriz identidad. 27
 - A.1. Transpuesta de la matriz identidad. 27
 - A.2. Relación con la propiedad de los números reales. 27
 - 1.7.B. Rango de una matriz. 28
 - 1.7.C. Operaciones elementales, OE. 29
 - C.1. Usos. 29
 - C.2. Tipos de OE. 30
 - 1.7.D. Matrices equivalentes. 30
 - 1.7.E. Matriz escalonada. 31
 - 1.7.F. Determinación del rango de una matriz por OE. 32
 - 1.7.G. Matriz singular. 33
 - 1.7.H. Matriz no singular. 33
- 1.8. Matriz inversa. 33
 - 1.8.A. Introducción. 33
 - 1.8.B. Definición. 33
 - 1.8.C. Determinación de la matriz inversa. 34
 - C.1. Por fórmula. 34
 - C.2. Por operaciones elementales. 35
 - 1.8.D. Propiedades de la matriz inversa. 37
- 1.9. Sistema de ecuaciones. 37
 - 1.9.A. Introducción. 37
 - 1.9.B. Definición. 38
 - 1.9.C. Representación de un sistema de ecuaciones. 38
 - 1.9.D. Conjunto solución de un sistema de ecuaciones. 38
 - 1.9.E. Sistemas de ecuaciones equivalentes, SEE. 39
 - 1.9.F. Operaciones con sistemas de ecuaciones. 39
- 1.10. Sistema de ecuaciones lineales, SEL. 40
 - 1.10.A. Introducción. 40
 - 1.10.B. Definición. 40
 - 1.10.C. Clasificación de los SEL. 41
 - 1.10.D. Métodos para obtener el conjunto solución de un SEL. 42
 - 1.10.E. SEL sobredeterminado. 45
 - 1.10.F. SEL subdeterminado. 46
- 1.11. Ecuación matricial. 47
 - 1.11.A. Introducción. 47
 - 1.11.B. Definición. 48
 - 1.11.C. Representación de un SEL, con coeficientes en notación matricial. 48
 - 1.11.D. Representación matricial de un SEL. 48
 - 1.11.E. Consideraciones. 48
 - 1.11.F. Representación de la matriz aumentada. 50
 - F.1. Propiedades de la matriz aumentada. 50
 - 1.11.G. Método de eliminación de Gauss-Jordan. 53
 - G.1. Definiciones requeridas. 53
 - G.1.1. Columna unitaria. 53
 - G.1.2. Forma escalonada reducida. 53
 - G.2. Consideraciones. 54
 - G.3. Procedimiento de resolución de SEL usando la eliminación de Gauss-Jordan. 54
 - G.4. Esquema del procedimiento. 54
 - 1.11.H. Rango de un SEL. 58
 - 1.11.I. Reconocimiento directo del tipo de solución. 59

1.12. Resolución de un SEL a partir de la matriz inversa.	59
1.12.A. Introducción.	59
1.12.B. Definición.	60
1.12.C. Métodos de resolución aplicando la inversa en un SEL.	60
C.1. Por el uso de fórmulas.	60
C.2. Por OE.	62
1.13. Regla de Cramer.	65
1.13.A. Introducción.	65
1.13.B. Definición.	65
1.13.C. Condiciones.	65
1.13.D. Algoritmo de Cramer para SEL.	65
D.1. De dos variables.	65
D.2. De tres variables.	66
1.13.E. Identificación del tipo de solución, con el discriminante.	67
1.14. Modelado de SEL.	70
1.14.A. Introducción.	70
1.14.B. Criterios para modelar SEL.	70
1.15. Sistemas de ecuaciones no lineales, SenoL.	73
1.15.A. Introducción.	73
1.15.B. Definición.	73
EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES	75
PROBLEMAS RESUELTOS	121

CAPÍTULO 2

Límite y Continuidad de una función

MOTIVACIÓN 155

Presentación del capítulo 156

2.1. Introducción.	156
2.2. Definición.	158
2.3. Casos que se presentan.	158
2.3.A. Estimación de un límite a partir de una gráfica.	158
2.3.B. Límites que no existen.	159
2.3.C. Estimación numérica de un límite.	160
2.4. Propiedades de los límites.	162
2.5. Técnicas y teoremas para el cálculo de límites.	163
2.5.A. Determinación de límites por sustitución directa.	163
2.5.B. Técnica de cancelación, para la forma indeterminada $0/0$.	164
2.5.C. Técnica de racionalización, para la forma indeterminada $0/0$.	167
2.5.D. Determinación del límite por cociente de diferencia.	171
2.6. Límites laterales, infinitos y al infinito.	172
2.6.A. Límites laterales.	172
A.1. En forma gráfica.	172
A.2. En forma analítica.	175

- 2.6.B. Límites infinitos. 178
 - Propiedades de los límites infinitos. 180
- 2.6.C. Límites al infinito. 181
 - C.1. Límites al infinito de funciones polinomiales. 182
 - C.2. Límites al infinito de funciones racionales. 184
 - C.3. Límites al infinito para funciones definida por partes. 186
- 2.7. Continuidad. 187
 - 2.7.A. Introducción. 187
 - 2.7.B. Casos que se presentan. 187
 - B.1. Continuidad en un punto. 187
 - B.2. Continuidad de una función polinomial. 189
 - B.3. Continuidad de una función racional. 190
 - B.4. Continuidad de una función definida por partes. 190
 - 2.7.C. Propiedades de la continuidad. 192
- 2.8. Discontinuidad. 193
 - 2.8.A. Introducción. 193
 - 2.8.B. Definición. 193
 - 2.8.C. Tipos de discontinuidad. 193
 - C.1. Discontinuidad removible. 193
 - C.2. Discontinuidad no removible. 194
 - C.3. Discontinuidad infinita. 194
 - C.4. Discontinuidad escalonada. 194
 - 2.8.D. Casos de discontinuidad que se presentan. 194
 - D.1. Discontinuidad en un punto. 194
 - D.2. Discontinuidad de una función racional. 195
 - D.3. Discontinuidad de una función definida por partes. 196

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 197

PROBLEMAS RESUELTOS 213

CAPÍTULO 3

La derivada de una función

MOTIVACIÓN 225

Presentación del capítulo 226

- 3.1. La recta. 226
 - 3.1.A. Introducción. 226
 - 3.1.B. Pendiente de una recta. 226
 - B.1. Tipos de pendiente. 227
 - B.2. Recta tangente a una curva. 227
 - 3.1.C. Ecuaciones de una recta. 227
- 3.2. Interpretación geométrica de la derivada. 230
 - 3.2.A. Introducción. 230
 - 3.2.B. Análisis de una recta tangente a una curva a partir de una recta secante. 230

- 3.2.C. Pendiente de una recta tangente a una curva (enfoque dinámico). 231
- 3.2.D. Recta tangente y normal. 231
- 3.3. Derivada de una función. 236
 - 3.3.A. Definición. 236
 - 3.3.B. Proceso de los 4 pasos. 236
- 3.4. Reglas básicas de diferenciación. 240
 - 3.4.A. Introducción. 240
 - 3.4.B. Reglas de diferenciación. 240
 - 3.4.C. Demostración de las reglas de diferenciación. 240
 - C.1. Derivada de una función constante. 240
 - C.2. Derivada de una función potencia. 240
 - C.3. Derivada de una función constante por una función de una variable. 241
 - C.4. Derivada de la suma o una diferencia. 241
- 3.5. Reglas del producto y del cociente. 244
 - 3.5.A. Regla del producto. 244
 - 3.5.B. Regla del cociente. 246
- 3.6. Regla de la cadena y regla de la potencia. 248
 - 3.6.A. Introducción. 248
 - 3.6.B. Definición. 248
 - 3.6.C. Regla de la cadena para potencias de funciones. 250
- 3.7. Derivada de funciones logarítmicas. 252
 - 3.7.A. Introducción. 252
 - 3.7.B. Definición. 252
 - 3.7.C. Caso especial de la función logaritmo natural. 252
 - 3.7.D. Regla de la cadena para funciones logarítmicas. 254
- 3.8. Derivada de funciones exponenciales. 256
 - 3.8.A. Introducción. 256
 - 3.8.B. Definición. 256
 - 3.8.C. Caso especial de la función e^x . 257
 - 3.8.D. Regla de la cadena para funciones exponenciales. 257
 - 3.8.E. Derivada de funciones exponenciales de base a . 258
- 3.9. Diferenciación implícita. 259
 - 3.9.A. Introducción. 259
 - 3.9.B. Definición. 259
 - 3.9.C. Procedimiento. 259
- 3.10. Derivadas de orden superior. 263
 - 3.10.A. Introducción. 263
 - 3.10.B. Definición. 263
- 3.11. La derivada como razón de cambio. 266
 - 3.11.A. Introducción. 266
 - 3.11.B. Razón de cambio matemático. 266
 - 3.11.C. Interpretación de la razón de cambio. 267
- 3.12. Funciones marginales en economía. 271
 - 3.12.A. Introducción. 271
 - 3.12.B. Definición del análisis marginal. 271
 - 3.12.C. Definiciones básicas. 271
 - C.1. Costo marginal $C'(q)$. 271
 - C.2. Costo promedio $\bar{C}(q)$. 273
 - C.3. Ingreso marginal, $R'(q)$. 274
 - C.4. Razones de cambio relativa y porcentual del ingreso. 275
 - C.5. Función de consumo. 276
 - C.5.1. Propensión marginal al consumo, PMC . 276
 - C.5.2. Propensión marginal al ahorro, PMA . 276
 - C.5.3. Relación de la propensión marginal al consumo y propensión marginal al ahorro. 276
 - C.6. Productividad marginal. 277
 - C.7. Rendimiento marginal. 277

C.8. Tasa de impuesto marginal. 278

C.9. Funciones de ganancia. 278

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 279

PROBLEMAS RESUELTOS 305

CAPÍTULO 4

Aplicaciones de la derivada

MOTIVACIÓN 331

Presentación del capítulo 332

- 4.1. Aplicaciones adicionales de la derivada. 332
- 4.2. Funciones crecientes y decrecientes. 332
 - 4.2.A. Introducción. 332
 - 4.2.B. Definición. 333
 - 4.2.C. Criterio de la primera derivada para una función creciente y decreciente. 334
 - 4.2.D. Valores críticos y puntos críticos. 334
 - 4.2.E. Estrategias para determinar los intervalos donde una función f crece o decrece usando la primera derivada. 336
- 4.3. Extremos relativos de una función. 339
 - 4.3.A. Introducción. 339
 - 4.3.B. Definición. 339
 - B.1. Valor máximo relativo. 339
 - B.2. Valor mínimo relativo. 339
 - B.3. Condiciones para extremos relativos. 340
 - B.4. Valores críticos y puntos críticos. 340
- 4.4. Extremos absolutos de una función. 343
 - 4.4.A. Introducción. 343
 - 4.4.B. Definición. 343
 - B.1. Valor máximo absoluto. 343
 - B.2. Valor mínimo absoluto. 343
 - 4.4.C. Teorema del valor extremo, TVE. 348
 - 4.4.D. Procedimiento para obtener los extremos absolutos en un intervalo cerrado. 348
- 4.5. Aplicación de la primera derivada. 352
 - 4.5.A. Introducción. 352
 - 4.5.B. Criterio de la primera derivada para extremos relativos. 352
 - 4.5.C. Regla para determinar los extremos relativos de una función. 352
 - 4.5.D. Criterio de la primera derivada en la concavidad. 355
- 4.6. Aplicación de la segunda derivada. 356
 - 4.6.A. Introducción. 356
 - 4.6.B. Criterio de la segunda derivada para extremos relativos. 356
 - 4.6.C. Criterio de la segunda derivada para determinar la concavidad. 358
 - 4.6.D. Definición de puntos de inflexión. 360

- 4.6.E. Criterio de la segunda derivada para obtener los puntos de inflexión. 360
- 4.7. Análisis y trazo de la gráfica de una función. 362
 - 4.7.A. Introducción. 362
 - 4.7.B. Procedimiento general para trazar a mano gráficas de funciones. 362
- 4.8. Optimización I. 369
 - 4.8.A. Introducción. 369
 - 4.8.B. Definición. 369
 - 4.8.C. Criterio de la segunda derivada para extremos absolutos, sin TVE. 370
- 4.9. Optimización II. 373
 - 4.9.A. Introducción. 373
 - 4.9.B. Estrategias para resolver problemas de optimización. 373
- 4.10. Principios generales del análisis marginal. 377
 - 4.10.A. Introducción. 377
 - 4.10.B. Criterio del análisis marginal para la utilidad máxima. 377
 - 4.10.C. Criterio del análisis marginal para el costo promedio mínimo. 378
 - 4.10.D. Elasticidad del precio de la demanda. 379
 - 4.10.E. Elasticidad de la demanda respecto al precio. 380
 - 4.10.F. Niveles de elasticidad. 380
 - 4.10.G. Niveles de elasticidad y efecto sobre el ingreso. 380
 - 4.10.H. Estructura de mercado. 380
 - H.1. Competencia perfecta. 381
 - H.2. Competencia imperfecta. 381
 - a.- Monopolio. 381
 - b.- Competencia monopolística. 381
 - c.- Oligopolio. 381

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 382
 PROBLEMAS RESUELTOS 411

CAPÍTULO 5

La integral indefinida

MOTIVACIÓN 439

Presentación del capítulo 440

- 5.1. Introducción. 440
- 5.2. Antiderivada de una función. 440
- 5.3. Integral indefinida. 441
 - 5.3.A. Definición. 441
 - 5.3.B. Elementos. 442
- 5.4. Interpretación geométrica. 442
- 5.5. Propiedades. 443
- 5.6. Fórmulas básicas de integración. 444
- 5.7. Demostración de fórmulas. 445

- A. Demostrar la regla de potencia. 445
- B. Demostrar la regla de la constante por una función. 446
- 5.8. Integración con condiciones iniciales. 447
- 5.9. Ejemplos con condiciones iniciales, CI. 447

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 450
PROBLEMAS RESUELTOS 452

CAPÍTULO 6

Técnicas de integración

MOTIVACIÓN 465

Presentación del capítulo 465

- 6.1. Introducción. 465
- 6.2. Definición. 465
- 6.3. Demostración de fórmulas. 467
- 6.4. Técnicas de integración. 468
 - 6.4.1. Método de sustitución. 468
 - 6.4.2. Integración por partes. 470
 - 6.4.3. Integración de funciones con el exponencial natural, e . 473
 - 6.4.4. Integrales que obtienen funciones logarítmicas. 475
 - 6.4.5. Integrales que requieren una división algebraica previa. 477
 - 6.4.6. Integración de funciones con una base diferente a la base e . 479
 - 6.4.7. Integración por medio de fracciones parciales. 480
 - 7.1. Fracción impropia. 480
 - 7.2. Fracción propia. 481
 - CASO I) Factores lineales distintos. 481
 - CASO II) Factores lineales que se repiten. 482
 - CASO III) Factores lineales y cuadráticos (ninguno se repite). 483
 - CASO IV) Factores lineales y cuadráticos (algunos se repiten). 484

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 485
PROBLEMAS RESUELTOS 499

CAPÍTULO 7

La integral definida

MOTIVACIÓN 515

Presentación del capítulo 516

- 7.1. Conceptos básicos. 516
 - 7.1.A. Aproximación del área de una región plana. 516
 - 7.1.B. Sumas superior e inferior. 517
 - 7.1.C. Definición del área de una región en el plano. 519
- 7.2. La integral definida. 520
 - 7.2.A. Definición. 520
 - 7.2.B. Aplicaciones de la integral definida. 520
 - 7.2.C. Notación de la integral definida. 520
 - 7.2.D. Comparación entre la integral definida y la integral indefinida. 521
 - 7.2.E. ¿Cuándo es integrable una función? 521
 - 7.2.F. Propiedades de la integral definida. 522
- 7.3. Teorema fundamental del cálculo integral. 524
 - 7.3.A. Primer teorema fundamental del cálculo. 524
 - 7.3.B. Segundo teorema fundamental. 525
- 7.4. Cambio de variable o sustitución. 528

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 531

PROBLEMAS RESUELTOS 536

CAPÍTULO 8

Áreas y aplicaciones de la integral

MOTIVACIÓN 549

Presentación del capítulo 550

- 8.1. Introducción. 550
- 8.2. Definiciones básicas. 550
 - 8.2.A. Superficie. 550
 - 8.2.B. Región. 550
 - 8.2.C. Área. 550
 - 8.2.D. Diferencia entre superficie y área. 551
- 8.3. Métodos para determinar el área. 551
 - 8.3.A. Elemento vertical de área. 551
 - 8.3.B. Elemento horizontal de área. 554
- 8.4. Área entre curvas. 558
 - 8.4.A. Introducción. 558
 - 8.4.B. Métodos para determinar el área entre dos curvas. 558

- B.1. Elementos verticales. 558
- B.2. Elementos horizontales. 562
- 8.5. Curva de Lorentz. 565
 - 8.5.A. Recta de equidad total. 566
 - 8.5.B. Índice de Gini. 567
- 8.6. Aplicaciones en administración y economía. 568
 - 8.6.1. Introducción. 568
 - 8.6.2. Definiciones previas. 568
 - A.- Demanda, D. 568
 - B.- Curva de la demanda. 568
 - C.- Oferta, S. 568
 - D.- Curva de oferta. 568
 - E.- Precio de mercado. 568
 - F.- Punto de equilibrio. 568
 - G.- Gasto. 569
 - H.- Excedente de los consumidores, EC. 569
 - I.- Excedente de los productores, EP. 571
 - J.- Utilidad. 572
 - K.- Marginal. 572
 - L.- Utilidad marginal. 572
 - M.- Ley de la utilidad marginal decreciente. 572
 - N.- Comprador marginal. 572
 - O.- Productor marginal. 572
 - P.- Ingreso marginal. 572
 - Q.- Costo marginal. 572
 - R.- Curva de satisfacción. 572
 - 8.6.3. Valor presente VP y Valor futuro VF, de un flujo de ingresos. 575
 - 8.6.3.A. Valor futuro total o flujo de ingresos acumulado, VF. 575
 - 8.6.3.B. Valor presente de un flujo de ingresos, VP. 576
 - 8.6.3.C. Monto y valor presente de una anualidad, A. 577
 - 8.6.3.D. Valor presente de una anualidad, VPA. 577

EJERCICIOS SÓLO PARA TRIUNFADORES 579
 PROBLEMAS RESUELTOS 580
