

Contenido

PREFACIO xi

SOBRE EL USO DE LAS COMPUTADORAS xv

Capítulo 1: ALGEBRA MATRICIAL 1

- 1.1 Introducción 1
- 1.2 Igualdad, suma y multiplicación por un escalar 3
- 1.3 Multiplicación de matrices 9
- 1.4 Inversa de una matriz 23
- 1.5 Matrices separadas 36
- 1.6 Problemas varios 44

**Capítulo 2: ALGUNAS APLICACIONES SIMPLES
Y PREGUNTAS 46**

- 2.1 Introducción 46
- 2.2 Competencia entre negocios: cadenas de Markov 47
- 2.3 Crecimiento de la población: potencias de una matriz 55
- 2.4 Equilibrio en redes: ecuaciones lineales 60
- 2.5 Sistemas oscilatorios: eigenvalores 66
- 2.6 Modelos generales: mínimos cuadrados 73
- 2.7 Planeación de producción: programas lineales 81
- 2.8 Problemas varios 87

**Capítulo 3: SOLUCION DE ECUACIONES Y CALCULO
DE INVERSAS: METODOS 90**

- 3.1 Introducción 90
- 3.2 Solución de ecuaciones mediante la eliminación de Gauss 91

- 3.3 Existencia de soluciones a sistemas de ecuaciones:
algunos ejemplos y procedimientos 104
- 3.4 Cómo encontrar una inversa mediante la eliminación de Gauss 109
- 3.5 Operaciones de renglón y matrices elementales 112
- 3.6 Selección de pivotes y eliminación de Gauss en la práctica 117
- 3.7 La descomposición-LU 127
- 3.8 Medidas de trabajo y solución de sistemas ligeramente
modificados 138
- 3.9 Programas computacionales para la eliminación de Gauss 147
- 3.10 Problemas varios 150

**Capítulo 4: SOLUCION DE ECUACIONES Y CALCULO
DE INVERSAS: TEORIA 153**

- 4.1 Introducción 153
- 4.2 Forma reducida de Gauss y rango 154
- 4.3 Posibilidad de solución y conjuntos de soluciones
para sistemas de ecuaciones 162
- 4.4 Inversas y rango 171
- 4.5 Determinantes y sus propiedades 174
- 4.6 Representación de inversas y soluciones mediante
el uso de determinantes 185
- 4.7 Problemas varios 190

Capítulo 5: VECTORES Y ESPACIOS VECTORIALES 194

- 5.1 Introducción; vectores geométricos 194
- 5.2 Concepto general de espacios vectoriales 201
- 5.3 Dependencia lineal e independencia lineal 208
- 5.4 Base, dimensión y coordenadas 216
- 5.5 Bases y matrices 230
- 5.6 Longitud y distancia en espacios vectoriales: normas 240
- 5.7 Angulo en los espacios vectoriales: productos interiores 245
- 5.8 Proyecciones ortogonales y bases: espacios generales
y Gram-Schmidt 252
- 5.9 Proyecciones ortogonales y bases: \mathbb{R}^p , C^p , QR
y mínimos cuadrados 261
- 5.10 Problemas varios 274

Capítulo 6: TRANSFORMACIONES LINEALES Y MATRICES 277

- 6.1 Introducción; transformaciones lineales 277
- 6.2 Representaciones matriciales de transformaciones lineales 286

- 6.3 Normas de transformaciones lineales y matrices 292
- 6.4 Inversas de matrices perturbadas: condición de ecuaciones lineales 299
- 6.5 Problemas varios 308

Capítulo 7: EIGENVALORES Y EIGENVECTORES: UNA PANORAMICA 310

- 7.1 Introducción 310
- 7.2 Definiciones y propiedades básicas 316
- 7.3 Eigensistemas, factorizaciones y representaciones de transformaciones 326
- 7.4 Transformaciones de semejanza; forma de Jordan 332
- 7.5 Matrices unitarias y semejanza unitaria; formas de Schur y diagonal 338
- 7.6 Programas de computadora para encontrar eigensistemas 351
- 7.7 Condición del problema de los eigensistemas 353
- 7.8 Problemas varios 358

Capítulo 8: EIGENSISTEMAS DE MATRICES SIMETRICAS, HERMITIANAS Y NORMALES, CON APLICACIONES 361

- 8.1 Introducción 361
- 8.2 Forma y descomposición de Schur; matrices normales 362
- 8.3 Eigensistemas de matrices normales 368
- 8.4 Aplicación: descomposición en valores singulares 375
- 8.5 Aplicación: mínimos cuadrados y pseudoinversa 385
- 8.6 Problemas varios 392

Capítulo 9: EIGENSISTEMAS DE MATRICES ARBITRARIAS GENERALES, CON APLICACIONES 394

- 9.1 Introducción 394
- 9.2 Forma de Jordan 396
- 9.3 Eigensistemas para matrices arbitrarias generales 404
- 9.4 Aplicación: evolución de sistemas discretos y potencias de matrices 409
- 9.5 Aplicación: evolución de sistemas continuos y exponenciales de matrices 419
- 9.6 Aplicación: solución iterativa de ecuaciones lineales 430
- 9.7 Problemas varios 437

Capítulo 10: FORMAS CUADRATICAS Y CARACTERIZACIONES VARIACIONALES DE EIGENVALORES 440

- 10.1 Introducción 440
- 10.2 Formas cuadráticas en \mathbb{R}^2 443
- 10.3 Formas cuadráticas en \mathbb{R}^p y en \mathbb{C}^p 450

10.4	Valores extremos de formas cuadráticas: el principio de Rayleigh	459
10.5	Valores extremos de formas cuadráticas: el principio de minimax	468
10.6	Problemas varios	474

Capítulo 11: PROGRAMACION LINEAL 479

11.1	Análisis de un ejemplo sencillo	479
11.2	Un programa lineal general	495
11.3	Resolución de un programa lineal general	501
11.4	Dualidad	514
11.5	Problemas varios	524

Apéndice 1: RESPUESTAS A PROBLEMAS SELECCIONADOS 529

Apéndice 2: BIBLIOGRAFIA 553

INDICE DE SIMBOLOS 556

INDICE ANALITICO 559

Contenido

CAPÍTULO I

Vectores	1
§1. Definición de puntos en el espacio	1
§2. Vectores anclados	9
§3. Producto escalar	12
§4. La norma de un vector	15
§5. Rectas paramétricas	29
§6. Planos	33

CAPÍTULO II

Matrices y ecuaciones lineales	41
§1. Matrices	41
§2. Multiplicación de matrices	46
§3. Ecuaciones lineales homogéneas y eliminación	61
§4. Operaciones por renglones y eliminación de Gauss	66
§5. Operaciones por renglones y matrices elementales	72
§6. Combinaciones lineales	79

CAPÍTULO III

Espacios vectoriales	82
§1. Definiciones	82
§2. Combinaciones lineales	87
§3. Conjuntos convexos	93
§4. Independencia lineal	98
§5. Dimensión	104
§6. El rango de una matriz	108

CAPÍTULO IV

Aplicaciones lineales	115
§1. Aplicaciones	115
§2. Aplicaciones lineales	119
§3. El núcleo y la imagen de una aplicación lineal	127
§4. El rango y las ecuaciones lineales de nuevo	134
§5. La matriz asociada con una aplicación lineal	139
Apéndice: Cambio de bases	143

CAPÍTULO V

Composición y aplicaciones inversas	147
§1. Composición de aplicaciones lineales	147
§2. Inversas	153

CAPÍTULO VI

Productos escalares y ortogonalidad	158
§1. Productos escalares	158
§2. Bases ortogonales	166
§3. Aplicaciones bilineales y matrices	175

CAPÍTULO VII

Determinantes	179
§1. Determinantes de orden 2	179

§2. Determinantes de 3×3 y de $n \times n$	183
§3. El rango de una matriz y subdeterminantes	192
§4. Regla de Cramer	196
§5. Inversa de una matriz	198
§6. Interpretaciones de los determinantes como área y como volumen	202

CAPÍTULO VIII

Vectores propios y valores propios	213
§1. Vectores propios y valores propios	213
§2. El polinomio característico	218
§3. Valores propios y vectores propios de matrices simétricas	229
§4. Diagonalización de una aplicación lineal simétrica	233
Apéndice. Números complejos	237
Respuestas a los ejercicios	242
Índice	263