

Contenido

Prólogo	5
Recomendaciones al maestro	9
1 NATURALEZA DE LAS ECUACIONES DIFERENCIALES	17
1. Introducción	17
2. Observaciones generales sobre las soluciones	19
3. Familias de curvas. Trayectorias ortogonales	25
4. Crecimiento, descomposición y reacciones químicas	32
5. Cuerpos en caída y otros problemas de velocidad	37
6. El braquistocrono. Fermat y los Bernoulli	43
2 ECUACIONES DE PRIMER ORDEN	55
7. Ecuaciones homogéneas	55
8. Ecuaciones exactas	58
9. Factores de integración	62
10. Ecuaciones lineales	68
11. Reducción del orden	70
12. La cadena pendiente. Curvas de persecución	73
13. Circuitos eléctricos simples	80
Apéndice A. Métodos numéricos	87
3 ECUACIONES LINEALES DE SEGUNDO ORDEN	94
14. Introducción	94
15. La solución general de la ecuación homogénea	99
16. Utilización de una solución conocida para encontrar otra	104
17. La ecuación homogénea con coeficientes constantes	107
18. El método de coeficientes indeterminados	110
19. Método de variación de parámetros	114
20. Vibraciones en sistemas mecánicos	117

21.	La ley de la gravitación de Newton y los movimientos de los planetas	126
	Apéndice A. Euler	134
	Apéndice B. Newton	137
4	LA TEORIA DE LA OSCILACION Y LOS PROBLEMAS DE VALORES DE FRONTERA	142
22.	Propiedades cualitativas de las soluciones	142
23.	Teorema de comparación de Sturm	149
24.	Los autovalores, las autofunciones y la cuerda en vibración	152
	Apéndice A. Problemas regulares de Sturm-Liouville	162
5	SOLUCIONES DE SERIES DE POTENCIAS Y FUNCIONES ESPECIALES	170
25.	Introducción. Repaso de las series de potencias	170
26.	Soluciones de series de ecuaciones de primer orden	178
27.	Ecuaciones lineales de segundo orden. Puntos ordinarios	182
28.	Puntos regulares singulares	192
29.	Puntos regulares singulares (continúa)	201
30.	Ecuación hipergeométrica de Gauss	207
31.	El punto en el infinito	214
	Apéndice A. Dos pruebas de convergencia	218
	Apéndice B. Los polinomios de Hermite y la mecánica cuántica	221
	Apéndice C. Gauss	232
	Apéndice D. Polinomios de Chebyshev y la propiedad minimax	241
	Apéndice E. Ecuación de Riemann	248
6	ALGUNAS FUNCIONES ESPECIALES DE FISICA MATEMATICA	258
32.	Polinomios de Legendre	258
33.	Propiedades de los polinomios de Legendre	265
34.	Funciones de Bessel. La función gamma	272
35.	Propiedades de las funciones de Bessel	283

Apéndice A.	Los polinomios de Legendre y la teoría potencial	291
Apéndice B.	Funciones de Bessel y la membrana en vibración	298
Apéndice C.	Propiedades adicionales de las funciones de Bessel	303

7 SISTEMAS DE ECUACIONES DE PRIMER ORDEN 308

36.	Observaciones generales sobre sistemas	308
37.	Sistemas lineales	312
38.	Sistemas lineales homogéneos con coeficientes constantes	319
39.	Sistemas no lineales. Ecuaciones de presa y rapaz de Volterra	327

8 ECUACIONES NO LINEALES 334

40.	Sistemas autónomos. El plano de fases y sus fenómenos	334
41.	Tipos de puntos críticos. Estabilidad	340
42.	Los puntos críticos y la estabilidad para los sistemas lineales	350
43.	La estabilidad por el método directo de Liapunov	362
44.	Puntos críticos simples de sistemas no lineales	369
45.	Mecánica no lineal. Sistemas conservativos	379
46.	Soluciones periódicas. Teorema de Poincaré-Bendixson	385
Apéndice A.	Poincaré	394
Apéndice B.	Prueba del teorema de Liénard	397

9 CALCULO DE VARIACIONES 403

47.	Introducción. Problemas típicos del tema	403
48.	La ecuación diferencial de Euler para un extremo	406
49.	Problemas isoperimétricos	417
Apéndice A.	Lagrange	428
Apéndice B.	El principio de Hamilton y sus implicaciones	429

10 TRANSFORMADAS DE LAPLACE 442

50.	Introducción	442
51.	Observaciones sobre la teoría	446

52.	Aplicaciones a ecuaciones diferenciales	451
53.	Derivadas e integrales de transformadas de Laplace	457
54.	Las convoluciones y el problema de la mecánica de Abel	462
	Apéndice A. Laplace	468
	Apéndice B. Abel	470
11	EXISTENCIA Y SINGULARIDAD DE LAS SOLUCIONES	473
55.	Método de aproximaciones sucesivas	473
56.	Teorema de Picard	478
57.	Sistemas. La ecuación lineal de segundo grado	489
	Soluciones	493
	Índice alfabético	515