

# CONTENIDO

Prefacio a la edición en inglés .....	9
Prefacio a la edición en polaco .....	10

## I. SUCESIONES Y SERIES

### 1. Introducción

1.1. Diversas clases de números .....	11
1.2. El principio de inducción matemática .....	12
1.3. La fórmula del binomio de Newton .....	14
1.4.* Desigualdad de Schwarz .....	17
1.5. El principio de continuidad (Dedekind) .....	18
1.6. Valor absoluto de un número .....	18
1.7. Conjuntos acotados. Cota superior e inferior de un conjunto .....	19
1.8.* El tratamiento axiomático de los números reales ...	21
1.9.* Números reales como conjuntos de números racionales .....	22
Ejercicios del § 1 .....	24

### 2. Sucesiones infinitas

2.1. Definición y ejemplos .....	25
2.2. Noción de límite .....	27
2.3. Sucesiones acotadas .....	30
2.4. Operaciones con sucesiones .....	30
2.5. Otras propiedades del límite .....	34
2.6. Subsucesiones .....	35
2.7. Teorema de Cauchy .....	39
2.8. Divergencia a $\infty$ .....	41
2.9. Ejemplos .....	42
2.10. El número $e$ .....	44
2.11.* Sucesiones de las medias aritméticas y geométricas	

## CONTENIDO

de una sucesión dada .....	46
Ejercicios del § 2 .....	48
<b>3. Series infinitas</b>	
3.1. Definiciones y ejemplos .....	51
3.2. Propiedades generales de las series .....	52
3.3. Series alternantes. Teorema de Abel .....	54
3.4. Series con términos positivos. Criterios de convergencia de D'Alembert y Cauchy .....	57
3.5. Aplicaciones y ejemplos .....	60
3.6. Otros criterios de convergencia .....	62
3.7. Series absolutamente convergentes .....	63
3.8. Multiplicación de series .....	66
3.9.* Productos infinitos .....	69
Ejercicios del § 3 .....	73

## II. FUNCIONES

### 4. Funciones y sus límites

4.1. Definiciones .....	75
4.2. Funciones monótonas .....	77
4.3. Funciones biunívocas. Funciones inversas .....	79
4.4. Funciones elementales .....	80
4.5. El límite de una función $f$ en un punto $a$ .....	82
4.6. Operaciones en el límite .....	85
4.7. Condiciones para la existencia del límite .....	90
Ejercicios del § 4 .....	93

### 5. Funciones continuas

5.1. Definición .....	94
5.2. Caracterización de continuidad de Cauchy. Interpretación geométrica .....	96
5.3. Continuidad de funciones elementales .....	97
5.4. Propiedades generales de las funciones continuas ..	100
5.5. Continuidad de funciones inversas .....	104
Ejercicios del § 5 .....	107

### 6. Sucesiones y series de funciones

6.1. Convergencia uniforme .....	108
6.2. Series uniformemente convergentes .....	111
6.3. Series de potencias .....	112

6.4.	Aproximación de funciones continuas por funciones poligonales .....	116
6.5.*	El simbolismo de la lógica matemática .....	118
	Ejercicios del § 6 .....	124

### III. CALCULO DIFERENCIAL

#### 7. Derivadas de primer orden

7.1.	Definiciones .....	127
7.2.	Derivación de funciones elementales .....	131
7.3.	Derivación de funciones inversas .....	136
7.4.	Extremos de funciones. Teorema de Rolle .....	138
7.5.	Teoremas de Lagrange <sup>1</sup> y de Cauchy .....	141
7.6.	Derivación de funciones compuestas .....	144
7.7.	Interpretación geométrica del signo de una derivada ..	149
7.8.	Expresiones indeterminadas .....	151
7.9.	La derivada de un límite .....	155
7.10.	La derivada de una serie de potencias ..	157
7.11.	El desarrollo de las funciones $\log(1+x)$ y $\arctan x$ en series de potencias .....	159
7.12.*	Asíntotas .....	161
7.13.*	El concepto de una diferencial .....	162
	Ejercicios del § 7 .....	165

#### 8. Derivadas de órdenes superiores

8.1.	Definición y ejemplos .....	167
8.2.*	Diferenciales de órdenes superiores .....	169
8.3.	Operaciones aritméticas .....	170
8.4.	Fórmula de Taylor <sup>1</sup> .....	171
8.5.	Desarrollo en series de potencias .....	177
8.6.	Un criterio para extremos .....	181
8.7.	Interpretación geométrica de la segunda derivada. Puntos de inflexión .....	182
	Ejercicios del § 8 .....	185

### IV. CALCULO INTEGRAL

#### 9. Integrales indefinidas

9.1.	Definición .....	187
9.2.	La integral del límite, integrabilidad de funciones continuas .....	190

9.3.	Fórmulas generales de integración .....	191
9.4.	Integración de funciones racionales .....	196
9.5.	Integración de funciones irracionales de segundo grado .....	200
9.6.	Integración de funciones trigonométricas .....	204
	Ejercicios del § 9 .....	209
<b>10. Integrales definidas</b>		
10.1.	Definición y ejemplos .....	210
10.2.	Fórmulas para cálculo .....	212
10.3.	La integral definida como límite de sumas .....	218
10.4.	La integral como un área .....	220
10.5.	La longitud de un arco .....	225
10.6.	Volumen y área superficial de un sólido de revolución .....	230
10.7.	Dos teoremas del valor medio .....	234
10.8.	Métodos de integración aproximada. Interpolación de Lagrange .....	238
10.9.	Fórmula de Wallis .....	240
10.10.	Fórmula de Stirling .....	242
10.11.*	Integral de Riemann. Integrales superior e inferior de Darboux .....	244
	Ejercicios del § 10 .....	250
<b>11. Integrales impropias y su relación con las series infinitas</b>		
11.1.	Integrales con un intervalo de integración no acotado .....	254
11.2.	Integrales de funciones no definidas en un punto ...	256
11.3.	Fórmulas de cálculo .....	259
11.4.	Ejemplos .....	261
11.5.	La función Gamma .....	271
11.6.	La relación entre la convergencia de una integral y la convergencia de una serie infinita .....	272
11.7.	Series de Fourier .....	277
11.8.	Aplicaciones y ejemplos .....	281
	Ejercicios del § 11 .....	286
Suplemento	.....	289
Indice	.....	307