

# INDICE GENERAL

---

PROLOGO	
¿QUE ES EL CALCULO?	XI

<b>1</b>	
RAZON DE CAMBIO DE UNA FUNCION	1

- 1.1 Coordenadas en el plano 1
- 1.2 Incrementos y distancia 4
- 1.3 Pendiente de una recta 8
- 1.4 Ecuaciones de las rectas 14
- 1.5 Funciones y gráficas 21
- 1.6 Pendientes de curvas cuadráticas y cúbicas 39
- 1.7 Pendiente de la curva  $y = f(x)$ . Derivadas 46
- 1.8 Velocidad y otras razones de cambio 53
- 1.9 Propiedades de los límites 60
- 1.10 Límite infinito 76
- 1.11 Funciones continuas 83
  - Preguntas y ejercicios de repaso 94
  - Problemas varios 95

<b>2</b>	
DERIVADAS	98

- 2.1 Diferenciación formal 98
- 2.2 Funciones polinomiales y sus derivadas 99
- 2.3 Productos, potencias y cocientes 107
- 2.4 Diferenciación implícita y potencias fraccionarias 118
- 2.5 Aproximación por la recta tangente 127
- 2.6 Regla de la cadena y ecuaciones paramétricas 136

- 2.7 Breve repaso de trigonometría. Angulos entre curvas 145
- 2.8 Derivadas de funciones trigonométricas 158
- 2.9 Método de Newton para aproximar soluciones de ecuaciones 165
- 2.10 Funciones inversas y método de Picard 170
- 2.11 Resumen de fórmulas de derivadas 179
  - Preguntas y ejercicios de repaso 180
  - Problemas varios 181

<b>3</b>	
APLICACIONES DE LAS DERIVADAS	185

- 3.1 Trazado de curvas. Signo de la derivada primera 185
- 3.2 Concavidad y puntos de inflexión 191
- 3.3 Asíntotas y simetría 196
- 3.4 Máximos y mínimos: teoría 203
- 3.5 Máximos y mínimos: problemas 210
- 3.6 Razones relacionadas 221
- 3.7 Teorema de Rolle 227
- 3.8 Teorema del valor medio 230
- 3.9 Formas indeterminadas y regla de l'Hôpital 236
- 3.10 Ampliación del teorema del valor medio a la fórmula de Taylor. Estimación de errores de aproximación 242
  - Preguntas y ejercicios de repaso 249
  - Problemas varios 250

<b>4</b>	
INTEGRACION	255

- 4.1 Introducción 255
- 4.2 Integrales indefinidas 255

- 4.3 Aplicaciones. Determinación de constantes de integración 262
- 4.4 Integrales de funciones trigonométricas 265
- 4.5 Integrales definidas. El área bajo una curva 271
- 4.6 Cálculo de áreas como límites 281
- 4.7 Teoremas fundamentales del cálculo integral 286
- 4.8 Integración por sustitución. Diferenciales 300
- 4.9 Reglas para aproximar integrales definidas 309
- Preguntas y ejercicios de repaso 318
- Problemas varios 319

## 5

### APLICACIONES DE LAS INTEGRALES DEFINIDAS 321

- 5.1 Introducción 321
- 5.2 Area entre dos curvas 321
- 5.3 Distancia 325
- 5.4 Cálculo de volúmenes por rebanadas 330
- 5.5 Volúmenes modelados con casquillos cilíndricos y arandelas 336
- 5.6 Longitud de una curva plana 344
- 5.7 Area de una superficie de revolución 350
- 5.8 Valor promedio de una función 357
- 5.9 Momentos y centro de masa 362
- 5.10 Centroides y centros de gravedad 370
- 5.11 Teoremas de Pappus 374
- 5.12 Fuerza hidrostática 377
- 5.13 Trabajo 381
- Preguntas y ejercicios de repaso 387
- Problemas varios 387

## 6

### FUNCIONES TRASCENDENTES 390

- 6.1 Introducción 390
- 6.2 Funciones trigonométricas inversas 392
- 6.3 Derivadas de las funciones trigonométricas inversas e integrales relacionadas 397
- 6.4 El logaritmo natural y su derivada 403
- 6.5 Propiedades de los logaritmos naturales. La gráfica de  $y = \ln x$  410

- 6.6 La función exponencial  $e^x$  416
- 6.7 Las funciones  $a^x$  y  $a^u$  425
- 6.8 La función  $y = \log_a u$ . Crecimiento relativo. Razones de funciones 433
- 6.9 Aplicaciones de las funciones exponenciales y logarítmicas 440
- 6.10 El interés compuesto y el testamento de Benjamin Franklin 446
- Problemas y ejercicios de repaso 450
- Ejercicios varios 450

## 7

### METODOS DE INTEGRACION 454

- 7.1 Fórmulas básicas de integración 454
- 7.2 Integración por partes 461
- 7.3 Productos y potencias de funciones trigonométricas 469
- 7.4 Potencias pares de senos y cosenos 479
- 7.5 Sustituciones trigonométricas en integrales con  $a^2 + u^2$ ,  $\sqrt{a^2 - u^2}$ ,  $\sqrt{a^2 + u^2}$ ,  $\sqrt{u^2 - a^2}$  483
- 7.6 Integrales con  $ax^2 + bx + c$  491
- 7.7 Fracciones parciales 494
- 7.8  $z = \tan(x/2)$  502
- 7.9 Integrales impropias 505
- 7.10 Utilización de las tablas de integrales 515
- Preguntas y ejercicios de repaso 518
- Problemas varios 518

## 8

### GEOMETRIA ANALITICA PLANA 522

- 8.1 Secciones cónicas 522
- 8.2 Ecuaciones obtenidas de la fórmula de la distancia 524
- 8.3 Círculos 525
- 8.4 Parábolas 529
- 8.5 Elipses 535
- 8.6 Hipérbolas 543
- 8.7 Curvas cuadráticas 552
- 8.8 ¿Parábola, elipse o hipérbola? Criterio del discriminante 557
- 8.9 Secciones de un cono 559
- Preguntas y ejercicios de repaso 562
- Problemas varios 562

# 9

## FUNCIONES HIPERBOLICAS 567

- 9.1 Introducción 565
- 9.2 Definiciones e identidades 565
- 9.3 Derivadas e integrales 569
- 9.4 Funciones hiperbólicas inversas 575
- 9.5 Cables colgantes 580
  - Preguntas y ejercicios de repaso 582
  - Problemas varios 582

# 10

## COORDENADAS POLARES 584

- 10.1 Coordenadas polares 584
- 10.2 Gráficas de ecuaciones polares 591
- 10.3 Ecuaciones polares de las cónicas y otras curvas 596
- 10.4 Integrales 601
  - Preguntas y ejercicios de repaso 606
  - Problemas varios 606

# 11

## SUCESIONES Y SERIES INFINITAS 609

- 11.1 Introducción 609
- 11.2 Sucesiones numéricas 610
- 11.3 Límites de aparición frecuente 620
- 11.4 Series infinitas 624
- 11.5 Criterios de convergencia para series de términos no negativos 635
- 11.6 Convergencia absoluta 658
- 11.7 Series alternadas. Convergencia condicional 666
  - Preguntas y ejercicios de repaso 673
  - Problemas varios 674

# 12

## SERIES DE POTENCIAS 675

- 12.1 Series de potencias para funciones 675
- 12.2 Teorema de Taylor con residuo: senos, cosenos y  $e^x$  681

- 12.3 Otros cálculos, logaritmo, arco tangente y  $\pi$  691
- 12.4 Formas indeterminadas 698
- 12.5 Convergencia de series de potencias. Integración, diferenciación, multiplicación y división 701
  - Preguntas y ejercicios de repaso 714
  - Problemas varios 714

# 13

## VECTORES 716

- 13.1 Componentes de un vector y vectores unitarios  $i$  y  $j$  716
- 13.2 Modelo del movimiento de un proyectil 723
- 13.3 Ecuaciones paramétricas en geometría analítica 728
- 13.4 Coordenadas en el espacio 735
- 13.5 Vectores y distancia en el espacio 739
- 13.6 Producto escalar de dos vectores 742
- 13.7 Producto vectorial de dos vectores en el espacio 749
- 13.8 Ecuaciones de rectas, segmentos de rectas y planos 753
- 13.9 Producto de tres o más vectores 760
- 13.10 Cilindros 767
- 13.11 Superficies cuadráticas 769
  - Preguntas y ejercicios de repaso 775
  - Problemas varios 776

# 14

## FUNCIONES VECTORIALES Y SUS DERIVADAS 780

- 14.1 Derivadas de funciones vectoriales 780
- 14.2 Vectores tangentes, velocidad y aceleración 785
- 14.3 Longitud de arco de curvas en el espacio. Vector tangente unitario  $T$  790
- 14.4 Curvatura y vectores normales 795
- 14.5 Derivadas de productos vectoriales. Componentes tangencial y normal de  $v$  y  $a$  803
- 14.6 Movimiento planetario y satélites 809
  - Preguntas y ejercicios de repaso 814
  - Problemas varios 814

# 15

## DERIVADAS PARCIALES 818

- 15.1 Funciones de dos o más variables 818
- 15.2 Límites y continuidad 824
- 15.3 Derivadas parciales 830
- 15.4 Reglas de la cadena 835
- 15.5 Variables no independientes 843
- 15.6 Gradientes, derivadas direccionales y planos tangentes 847
- 15.7 Derivadas de orden superior. Ecuaciones diferenciales parciales de la física 862
- 15.8 Aproximación lineal y estimación del incremento 869
- 15.9 Máximos, mínimos y puntos de silla 879
- 15.10 Multiplicadores de Lagrange 890
- 15.11 Diferenciales exactas 902
- 15.12 Cuadrados mínimos 910
  - Preguntas y ejercicios de repaso 914
  - Problemas varios 915

# 16

## INTEGRALES MULTIPLES 920

- 16.1 Introducción 920
- 16.2 Integrales dobles 920
- 16.3 Area 931
- 16.4 Aplicaciones físicas 932
- 16.5 Cambio a coordenadas polares 937
- 16.6 Integrales triples en coordenadas rectangulares 943
- 16.7 Aplicaciones físicas en tres dimensiones 948
- 16.8 Integrales en coordenadas cilíndricas y esféricas 951
- 16.9 Area de superficie 957
  - Preguntas y ejercicios de repaso 961
  - Problemas varios 961

# 17

## ANÁLISIS VECTORIAL 965

- 17.1 Campos vectoriales 965
- 17.2 Integrales de superficie 969

- 17.3 Integrales lineales y trabajo 975
- 17.4 Campos bidimensionales. Flujo a través de una curva plana 988
- 17.5 Teorema de Green 995
- 17.6 Teorema de la divergencia 1005
- 17.7 Teorema de Stokes 1013
  - Preguntas y ejercicios de repaso 1022
  - Problemas varios 1022

# 18

## ECUACIONES DIFERENCIALES 1025

- 18.1 Introducción 1025
- 18.2 Soluciones 1027
- 18.3 Primer orden: separación de variables 1028
- 18.4 Primer orden: homogéneas 1029
- 18.5 Primer orden: lineales 1031
- 18.6 Primer orden: exactas 1034
- 18.7 Tipos especiales de ecuaciones de segundo orden 1035
- 18.8 Ecuaciones lineales con coeficientes constantes 1037
- 18.9 Ecuaciones lineales homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes 1038
- 18.10 Ecuaciones lineales no homogéneas de segundo orden con coeficientes constantes 1042
- 18.11 Ecuaciones lineales de orden superior con coeficientes constantes 1051
- 18.12 Vibraciones 1052
- 18.13 Métodos de aproximación: serie de potencias 1057
- 18.14 Campos direccionales y teorema de Picard 1058
- 18.15 Métodos numéricos 1063
  - Preguntas y ejercicios de repaso 1068
  - Problemas varios 1069

## APENDICES 1071

- A.1 Determinantes y regla de Cramer 1071
- A.2 Matrices y ecuaciones lineales 1079
- A.3 Demostraciones de los teoremas de límites de la sección 1.9 1089

- A.4 Teoremas del incremento y de la derivada mixta 1093
- A.5 Inducción matemática 1099
- A.6 Ley de los cosenos y fórmulas de adición en trigonometría 1102
- A.7 Fórmulas de matemáticas elementales 1104
- A.8 Sistemas numéricos inventados. Números complejos 1109
- A.9 Tablas 1120
- A.10 Ley distributiva para los productos cruz vectoriales 1123
- A.11 Breve tabla de integrales 1125