

# CONTENIDO

PRÓLOGO	X
INTRODUCCIÓN	XI
<b>CAPÍTULO 1 ECUACIONES</b>	<b>1</b>
<b>REVISIÓN DE ÁLGEBRA ELEMENTAL</b>	<b>1</b>
1. CONCEPTOS BÁSICOS	1
1.a. Expresión algebraica 1, 1.b. Polinomio 1, 1.c. Valor numérico de un polinomio 2	1
2. OPERACIONES CON POLINOMIOS	2
2.a. Suma 2, 2.b. Multiplicación de monomios 3, 2.c. Multiplicación de polinomios 3	2
3. PRODUCTOS NOTABLES	4
4. FACTORIZACION DE POLINOMIOS	4
4.a. Factor Común 5, 4.b. Diferencias de cuadrados 5, 4.c. Trinomio cuadrado perfecto 5, 4.d. Trinomio no cuadrado perfecto 5, 4.e. Suma y diferencia de cubos 5	4
5. CASOS ESPECIALES DE FACTORIZACIÓN	6
5.a. Factorización por amplificación 6, 5.b. Factorización por sustitución 6, 5.c. Factorización por etapas 6, 5.d. Factorización mediante suma y resta de un mismo término 7	6
6. DIVISIÓN DE MONOMIOS	7
7. DIVISIÓN DE POLINOMIOS	8
8. SIMPLIFICACIÓN DE EXPRESIONES RACIONALES	8
8.a. Suma y resta 9, 8.b. Multiplicación y división 9, 8.c. Fracciones de varios niveles 10	8
<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>11</b>
1. CONCEPTOS BÁSICOS	11
1.a. Identidad 11, 1.b. Ecuación 11	11
2. ECUACIONES DE PRIMER GRADO	11
3. ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO	13
4. ECUACIONES DE GRADO SUPERIOR	14
5. ECUACIONES IRRACIONALES	15
6. ECUACIONES QUE SE RESUELVEN POR CAMBIO DE VARIABLE	15
<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	<b>17</b>
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	<b>21</b>
<b>AUTOEVALUCIÓN</b>	<b>24</b>
<b>CAPÍTULO 2 POLINOMIOS</b>	<b>27</b>
<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	<b>27</b>
1. CONCEPTOS BÁSICOS	27
2. MÉTODO DE COEFICIENTES INDETERMINADOS	27
3. MÉTODO DE RUFFINI	28

4. CASOS ESPECIALES DEL MÉTODO DE RUFFINI	30
4.a. El divisor es de la forma $(mx + b)$ 30, 4.b. El divisor es de grado mayor que uno 31,	
4.c. Los exponentes del dividendo no son múltiplos del exponente del divisor 32,	
4.d. Las potencias poseen una base diferente a "x" 33, 4.e. Los coeficientes son números complejos 35	
5. TEOREMA DEL RESIDUO	35
6. RAÍCES DE UN POLINOMIO	36
7. FACTORIZACIÓN DE UN POLINOMIO	37
8. DESCOMPOSICIÓN DE UNA EXPRESIÓN RACIONAL EN FRACCIONES SIMPLES	39
9. DIVISIBILIDAD DE BINOMIOS DE LA FORMA $x^n \pm a^n$ ENTRE $x \pm a$ ( $n \in \mathbb{N}$ )	40
<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	41
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	46
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	48
<b>CAPÍTULO 3 FUNCIONES</b>	51
<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	51
1. CONCEPTOS BÁSICOS	51
1.a. Producto cartesiano 51, 1.b. Relación 52	
2. FUNCIÓN	52
2.a. Concepto 52, 2.b. Nomenclatura de funciones 53, 2.c. Dominio y rango de una función 54	
3. GRÁFICA DE UNA FUNCIÓN	55
3.a. Obtención 55, 3.b. Reconocimiento gráfico de una función 55	
4. CLASIFICACIÓN DE LAS FUNCIONES	57
4.a. Función Inyectiva 57, 4.b. Función Sobreyectiva 57, 4.c. Función Biyectiva 58	
5. COMPOSICIÓN DE FUNCIONES	59
5.a. Definición 59, 5.b. Expresión general de una composición de funciones 59	
6. FUNCIÓN INVERSA	60
6.a. Definición 60, 6.b. Determinación de la función inversa 61	
7. FUNCIONES POR INTERVALOS	62
7.a. Definición 62, 7.b. Rango de una función por intervalos 62	
8. SIMETRÍA DE LAS FUNCIONES	63
8.a. Función par 63, 8.b. Función impar 63	
9. ESTUDIO DE LAS FUNCIONES REALES DE VARIABLE REAL	64
9.a. Determinación del dominio de la función 65, 9.b. Puntos de corte con los ejes 66,	
9.c. Determinación de la simetría de la función 67, 9.d. Asíntotas 67, 9.e. Bosquejo de la gráfica 68,	
9.f. Determinación del rango 69, 9.g. Intervalos de positividad 70, 9.h. Clasificación de la función 70,	
9.i. Acotamiento de una función para hacerla biyectiva 71	
10. CAMBIOS ESTRUCTURALES EN UNA FUNCIÓN	73
10.a. Sumar un número real a la función 74, 10.b. Sumar un número real a la variable 75,	
10.c. Multiplicar la función por un número real de valor absoluto mayor que uno 76,	
10.d. Multiplicar la función por un número real de valor absoluto menor que uno 77,	
10.e. Multiplicar la variable por un número real de valor absoluto mayor que uno 78,	
10.f. Multiplicar la variable por un número real de valor absoluto menor que uno 79,	
10.g. Tomar el valor absoluto de la función 80	

<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	83
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	87
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	89

## **CAPÍTULO 4 INECUACIONES** 91

### **FUNDAMENTOS TEÓRICOS** 91

#### 1. CONCEPTOS BÁSICOS 91

1.a. Desigualdad 91, 1.b. Tipos de desigualdades 91, 1.c. Propiedades de las Desigualdades 92, 1.d. Intervalos 93, 1.e. Operaciones con intervalos 93

#### 2. INECUACIONES EN R 94

2.a. Definición 94, 2.b. Inecuación lineal de primer grado 95, 2.c. Inecuaciones cuadráticas 97, 2.d. Inecuaciones polinómicas de grado mayor que dos 99, 2.e. Inecuaciones racionales 102, 2.f. Inecuaciones Irracionales 105  
 a) Cuando el índice es impar 105  
 b) Cuando el índice es par 106

#### 3. VALOR ABSOLUTO 107

3.a. Definición 107, 3.b Inecuaciones con valor absoluto (modulares) 108

#### 4. SISTEMAS DE INECUACIONES EN UNA VARIABLE 111

#### 5. INECUACIONES EN DOS VARIABLES 112

#### 6. SISTEMAS DE INECUACIONES LINEALES EN DOS VARIABLES 113

### **PROBLEMAS RESUELTOS** 115

### **PROBLEMAS PROPUESTOS** 121

### **AUTOEVALUACIÓN** 123

## **CAPÍTULO 5 TRIGONOMETRÍA** 125

### **FUNDAMENTOS TEÓRICOS** 125

#### 1. CONCEPTOS BÁSICOS 125

1.a. Definición 125, 1.b. Ángulo y su medida 125

#### 2. RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS 126

2.a. Seno, coseno y tangente de un ángulo 126, 2.b. Cotangente, secante y cosecante de un ángulo 127, 2.c. Signo de los valores del seno, coseno y tangente para los ángulos de los diferentes cuadrantes 128

#### 3. RELACIONES TRIGONOMÉTRICAS EN TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS 129

#### 4. VALORES DEL SENO, COSENO Y TANGENTE PARA OTROS ÁNGULOS NOTABLES ( $0^\circ$ , $90^\circ$ , $180^\circ$ , $270^\circ$ , $360^\circ$ ) 130

#### 5. REDUCCIÓN DE LOS ÁNGULOS AL PRIMER CUADRANTE 131

#### 6. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS 133

6.a. Seno de un ángulo 133, 6.b. Coseno de un ángulo 134, 6.c. Representación gráfica de las funciones de la forma  $y = a \text{ Sen } bx$ ;  $y = a \text{ Cobs } bx$  135, 6.d. Tangente de un ángulo 136

#### 7. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS RECÍPROCAS 137

8. IDENTIDADES FUNDAMENTALES	138
9. IDENTIDADES DE LA SUMA Y DE LA DIFERENCIA DE DOS ÁNGULOS	139
10. IDENTIDADES DEL ÁNGULO DOBLE Y DEL ANGULO MEDIO	140
11. FACTORIZACIÓN DE SUMAS Y DIFERENCIAS	142
12. FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS INVERSAS	143
13. ECUACIONES TRIGONÓMETRICAS	145
14. RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS	147
15. TEOREMAS FUNDAMENTALES	148
15.a. Teorema del seno 148, 15.b. Teorema del coseno 149	
<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	150
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	154
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	158
<b>CAPÍTULO 6 GEOMETRÍA ANALÍTICA PLANA</b>	161
<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	161
1. INTRODUCCIÓN	161
2. SEGMENTO	161
3. DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS	162
4. PUNTO MEDIO DE UN SEGMENTO	162
5. SEGMENTOS PROPORCIONALES	163
6. INCLINACIÓN Y PENDIENTE DE UN SEGMENTO	164
7. ECUACIÓN GENERAL DE UNA RECTA	165
7.a. Casos particulares 166	
8. FORMAS DE OBTENER LA ECUACIÓN GENERAL DE UNA RECTA	167
8.a. Forma dos puntos 167, 8.b. Forma punto - pendiente 168, 8.c. Forma explícita 169, 8.d. Forma canónica 169, 8.e. Forma normal 170	
9. POSICIÓN RELATIVA DE DOS RECTAS	171
10. ÁNGULO ENTRE DOS RECTAS	173
10.a. Rectas paralelas 173, 10.b. Rectas perpendiculares 174	
11. DISTANCIA DE UN PUNTO A UNA RECTA	174
12. ÁREA DE UN TRIÁNGULO A PARTIR DE SUS VÉRTICES	175
13. LINEAS NOTABLES DEL TRIÁNGULO	176
13.a. La mediana 176, 13.b. Mediatriz 177, 13.c. La altura 178, 13.d. La bisectriz 178	
14. TRASLACIÓN DE EJES	179
15. ROTACIÓN DE EJES	180
16. COORDENADAS POLARES	181

## VIII Contenido

<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	182
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	187
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	189

## **CAPÍTULO 7 CÓNICAS** 191

### **FUNDAMENTOS TEÓRICOS** 191

<b>1. CONCEPTOS BÁSICOS</b>	191
1.a. Origen	191

<b>2. CIRCUNFERENCIA</b>	192
2.a. Definición 192, 2.b. Ecuación particular de la circunferencia 193, 2.c. Ecuación general 193	

<b>3. ELIPSE</b>	194
3.a. Definición 194, 3.b. Ecuación particular de la elipse 195, 3.c. Ecuación general 197	

<b>4. HIPÉRBOLA</b>	200
4.a. Definición 200, 4.b. Ecuación particular de la hipérbola 201, 4.c. Ecuación general de la hipérbola 202, 4.d. Asíntotas de la hipérbola 204	

<b>5. PARÁBOLA</b>	205
5.a. Definición 205, 5.b. Ecuación particular de la parábola 205, 5.c. Ecuación general de la parábola 207	

<b>6. EXCENTRICIDAD DE UNA CÓNICA</b>	208
6.a. Definición 208	

<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	209
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	214
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	216

## **CAPÍTULO 8 LÍMITES** 219

### **FUNDAMENTOS TEÓRICOS** 219

<b>1. CONCEPTOS BÁSICOS</b>	219
1.a. Noción intuitiva de límite 219, 1.b. Definición de límite 220	

<b>2. PROPIEDADES DE LOS LÍMITES</b>	221
2.a. Límite de una constante 221, 2.b. Límite de una potencia 222, 2.c. Límite de una función por una constante 222, 2.d. Límite de una combinación lineal de funciones 222, 2.e. Límite del producto de dos funciones 223, 2.f. Límite del cociente de dos funciones 223, 2.g. Límite de la raíz enésima de una función 224, 2.h. Límite del logaritmo de una función 224, 2.i. Límite de una función elevada a otra función 224	

<b>3. LÍMITES UNILATERALES</b>	225
--------------------------------	-----

<b>4. LÍMITES NOTABLES</b>	226
4.a. Con relación a un cociente 226, 4.b. Con relación a un producto 227, 4.c. Con relación a una potencia 228	

<b>5. INDETERMINACIONES</b>	228
5.a. Indeterminaciones de la forma $\frac{0}{0}$ 229, 5.b. Indeterminaciones de la forma $\frac{\infty}{\infty}$ 230, 5.c. Indeterminaciones de la forma $\infty - \infty$ 230, 5.d. Indeterminaciones de la forma $0 \cdot \infty$ 231, 5.e. Indeterminaciones de la forma $1^{\infty}$ ; $\infty^0$ ; $0^0$ 232	

<b>APLICACIONES DE LOS LIMITES</b>	233
1. DERIVADA POR DEFINICIÓN DE UNA FUNCIÓN	233
2. CONTINUIDAD DE UNA FUNCIÓN EN UN PUNTO	233
3. ASÍNTOTAS DE UNA FUNCIÓN	235
<b>PROBLEMAS RESUELTOS</b>	238
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	243
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	245
<b>CAPÍTULO 9 DERIVADAS</b>	247
<b>FUNDAMENTOS TEÓRICOS</b>	247
1. CONCEPTOS BÁSICOS	247
1.a. Pendiente de una curva en un punto 247, 1.b. Definición de derivada 248	
1.c. Notación de derivadas 249	
2. REGLAS DE DERIVACIÓN	249
2.a. Derivada de una constante 250, 2.b. Derivada de una potencia 250,	
2.c. Derivada de un número real por una función 251, 2.d. Derivada de la suma	
de dos funciones 251, 2.e. Derivada del producto de dos funciones 252, 2.f. Derivada del	
cociente de dos funciones 252, 2.g. Derivada de una función compuesta	
(REGLA DE LA CADENA) 253, 2.h. Derivada de una función logarítmica 253,	
2.i. Derivada de una función exponencial 254, 2.j. Derivada de una función trigonométrica 255	
3. RESUMEN DE LAS REGLAS DE DERIVACIÓN	256
4. DERIVACIÓN IMPLÍCITA	257
5. DERIVADA COMO RATA DE CAMBIO INSTANTÁNEA	257
6. DERIVADAS DE ORDEN SUPERIOR	258
<b>APLICACIONES DE LA DERIVADA</b>	259
1. CÁLCULO DE LAS RECTAS TANGENTE Y NORMAL A UNA CURVA	259
2. PUNTOS CRÍTICOS Y ANÁLISIS DEL CRECIMIENTO DE UNA FUNCIÓN	260
3. PUNTOS DE INFLEXIÓN Y ESTUDIO DE LA CONCAVIDAD DE UNA FUNCIÓN	262
4. APLICACIONES EN FÍSICA (RAPIDEZ Y ACELERACIÓN)	264
5. APLICACIONES EN ECONOMÍA (COSTO E INGRESO MARGINAL)	264
6. APLICACIONES EN ECONOMÍA (ELASTICIDAD DE LA DEMANDA)	265
7. REGLA DE L'HÔPITAL	266
<b>EJERCICIOS RESUELTOS</b>	267
<b>PROBLEMAS PROPUESTOS</b>	270
<b>AUTOEVALUACIÓN</b>	272
<b>RESPUESTAS A LAS AUTOEVALUACIONES</b>	274
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	275
<b>APÉNDICE</b>	277