

# ÍNDICE

## CAPÍTULO 1      OPERACIONES ALGEBRAICAS

Pág.

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1.     | INTRODUCCIÓN.....  | 1  |
| 1.1.   | Regla de los signos.....                                     | 2  |
| 1.2.   | Operaciones con fracciones.....                              | 2  |
| 1.3.   | Propiedades generales de los exponentes y radicales.....     | 3  |
| 2.     | EXPRESIÓN ALGEBRAICA.....                                    | 6  |
| 2.1.   | Término algebraico.....                                      | 6  |
| 2.1.1. | Monomio.....   | 6  |
| 2.1.2. | Binomio.....   | 6  |
| 2.1.3. | Multinomio.....  | 7  |
| 2.2.   | Elementos de un término algebraico.....                      | 7  |
| 2.3.   | Términos semejantes.....                                     | 7  |
| 2.4.   | Término entero y racional.....                               | 8  |
| 3.     | POLINOMIO.....   | 8  |
| 3.1.   | Grado de una expresión algebraica.....                       | 8  |
| 3.1.1. | Grado de un término.....                                     | 8  |
| 3.1.2. | Grado de un polinomio.....                                   | 8  |
| 3.2.   | Polinomio homogéneo.....                                     | 9  |
| 3.3.   | Valor numérico de polinomios.....                            | 10 |
| 4.     | ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN ALGEBRAICA.....                        | 10 |
| 4.1.   | Suma de expresiones algebraicas .....                        | 11 |
| 4.2.   | Resta de dos expresiones algebraicas .....                   | 11 |
| 5.     | MULTIPLICACIÓN ALGEBRAICA.....                               | 13 |
| 5.1.   | Multiplicación de dos o más monomios.....                    | 13 |
| 5.2.   | Multiplicación de un monomio por un polinomio.....           | 14 |
| 5.3.   | Multiplicación de dos polinomios.....                        | 14 |
| 6.     | DIVISIÓN ALGEBRAICA.....                                     | 15 |
| 6.1.   | División de dos monomios.....                                | 15 |
| 6.2.   | División de un polinomio entre un monomio.....               | 15 |
| 6.3.   | División de dos polinomios (método normal y de Horner) ..... | 16 |
| 6.4.   | Teorema del residuo.....                                     | 19 |
|        | EJERCICIOS.....  | 22 |
|        | EJERCICIOS VARIOS.....                                       | 28 |

## CAPÍTULO 2      PRODUCTOS NOTABLES Y FACTORIZACIONES

|      |  |    |
|------|--|----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....  | 31 |
| 2.   | PRODUCTOS NOTABLES.....  | 32 |
| 2.1. | Cuadrado de la suma y de la diferencia de dos términos.....                        | 32 |
| 2.2. | Productos de sumas y diferencias.....  | 32 |
| 2.3. | Producto de binomios de la forma: $(x + a)(x + b)$ .....                           | 33 |
| 2.4. | Producto de binomios de la forma: $(mx + a)(nx + b)$ .....                         | 33 |
| 2.5. | Cubo de la suma y de la diferencia de dos términos.....                            | 33 |
| 2.6. | Productos de la forma: $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$ o $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$ ..... | 34 |
| 2.7. | Ejemplos diversos de productos notables.....                                       | 35 |
| 3.   | COCIENTES NOTABLES.....  | 38 |
| 4.   | DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES.....  | 41 |
| 5.   | DIVERSOS CASOS DE FACTORIZACIÓN.....   | 41 |
| 5.1. | Factor común.....  | 41 |
| 5.2. | Factorización de trinomios cuadrados.....  | 42 |
| 5.3. | Factorización de una diferencia de cuadrados.....                                  | 43 |
| 5.4. | Factorización por agrupamiento.....  | 44 |
| 5.5. | Factorización de polinomios que son cubos perfectos.....                           | 46 |

|       |  |    |
|-------|--|----|
| 5.6.  | Factorización de una suma o diferencia de dos cubos.....     | 46 |
| 5.7.  | Factorización de trinomios de la forma $x^2 + px + q$ .....  | 47 |
| 5.8.  | Factorización de trinomios de la forma $rx^2 + px + q$ ..... | 49 |
| 5.9.  | Factorización por adición y sustracción.....                 | 51 |
| 5.10. | Factorización por divisores binomios.....                    | 53 |
| 5.11. | Factorización por criterios especiales.....                  | 54 |
| 5.12. | Factores de $x^n - y^n$ y $x^n + y^n$ .....                  | 59 |
|       | EJERCICIOS.....  | 60 |
|       | EJERCICIOS VARIOS.....                                       | 65 |

## CAPÍTULO 3      FRACCIONES ALGEBRAICAS Y RADICALES

|        |  |    |
|--------|--|----|
| 1.     | INTRODUCCIÓN.....  | 69 |
| 2.     | MÁXIMO COMÚN DIVISOR Y MÍNIMO COMÚN MÚLTIPLO.....              | 70 |
| 2.1.   | Máximo común divisor.....                                      | 70 |
| 2.2.   | Mínimo común múltiplo.....                                     | 70 |
| 3.     | FRACCIONES ALGEBRAICAS.....                                    | 70 |
| 3.1.   | Simplificación de fracciones.....                              | 71 |
| 3.2.   | Adición y sustracción de fracciones algebraicas.....           | 72 |
| 3.3.   | Multiplicación y división de fracciones algebraicas.....       | 73 |
| 3.4.   | Fracciones algebraicas compuestas.....                         | 75 |
| 4.     | POTENCIACIÓN Y EXPRESIONES RADICALES.....                      | 77 |
| 4.1.   | Potenciación.....  | 77 |
| 4.2.   | Expresiones radicales.....                                     | 79 |
| 4.2.1. | Simplificación de radicales.....                               | 80 |
| 4.3.   | Operaciones con expresiones radicales.....                     | 81 |
| 4.3.1. | Adición y sustracción de expresiones radicales.....            | 81 |
| 4.3.2. | Multiplicación de expresiones radicales.....                   | 82 |
| 4.3.3. | División de expresiones radicales.....                         | 83 |
| 4.4.   | Racionalización del denominador.....                           | 85 |
| 4.4.1. | Fracciones de la forma $p/\sqrt{q}$ .....                      | 85 |
| 4.4.2. | Fracciones de la forma $p/\sqrt[q]{q^k}$ .....                 | 85 |
| 4.4.3. | Fracciones de la forma $p/(\sqrt{a} \pm \sqrt{b})$ .....       | 86 |
| 4.4.4. | Fracciones de la forma $p/(\sqrt[3]{a} \pm \sqrt[3]{b})$ ..... | 87 |
| 4.4.5. | Fracciones de la forma $p/(\sqrt[n]{a} - \sqrt[m]{b})$ .....   | 88 |
|        | EJERCICIOS.....  | 90 |
|        | EJERCICIOS VARIOS.....   | 95 |

## CAPÍTULO 4      ECUACIONES Y SISTEMAS DE ECUACIONES

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....  | 97  |
| 2.   | LA ECUACIÓN.....   | 98  |
| 2.1. | Conjunto solución.....                                     | 98  |
| 2.2. | Ecuaciones equivalentes.....                               | 98  |
| 3.   | ECUACIONES LINEALES CON UNA INCÓGNITA.....                 | 98  |
| 4.   | ECUACIONES CUADRÁTICAS.....                                | 101 |
| 4.1. | Resolución por factorización.....                          | 102 |
| 4.2. | Resolución por medio de una fórmula.....                   | 103 |
| 4.3. | Propiedades de las raíces.....                             | 104 |
| 4.4. | Ecuaciones reducibles a una forma cuadrática.....          | 106 |
| 5.   | ECUACIONES RADICALES.....                                  | 108 |
| 6.   | SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES.....                        | 109 |
| 6.1. | Ecuaciones lineales con dos incógnitas .....               | 109 |
| 6.2. | Sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitos..... | 110 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 6.3. | Sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas.....          | 113 |
| 7.   | DETERMINANTES Y REGLA DE CRAMER.....                         | 114 |
| 7.1. | Determinante de segundo orden.....                           | 114 |
| 7.2. | Determinante de tercer orden.....                            | 115 |
| 7.3. | Regla de Cramer.....   | 116 |
| 8.   | SISTEMA DE ECUACIONES DE SEGUNDO GRADO.....                  | 118 |
| 9.   | TEORÍA DE LAS ECUACIONES.....                                | 121 |
| 9.1. | Propiedades de las raíces de ecuaciones de tercer grado..... | 122 |
| 9.2. | Propiedades de las raíces de ecuaciones de grado $n$ .....   | 122 |
|      | EJERCICIOS.....  | 125 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                                       | 134 |

## CAPÍTULO 5 DESIGUALDADES E INECUACIONES

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                           | 137 |
| 1.1. | Propiedades de las desigualdades.....       | 138 |
| 2.   | INECUACIONES.....                           | 139 |
| 2.1. | Inecuaciones lineales.....                  | 139 |
| 2.2. | Inecuaciones cuadráticas o polinómicas..... | 141 |
| 2.3. | Inecuaciones fraccionarias .....            | 144 |
| 2.4. | Inecuaciones con radicales .....            | 146 |
| 3.   | VALOR ABSOLUTO.....                         | 148 |
| 3.1. | Propiedades del valor absoluto.....         | 148 |
| 3.2. | Ecuaciones con valor absoluto.....          | 148 |
| 3.3. | Inecuaciones con valor absoluto.....        | 149 |
| 4.   | SISTEMA DE INECUACIONES.....                | 153 |
|      | EJERCICIOS.....                             | 155 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                      | 160 |

## CAPÍTULO 6 PROGRESIONES, SUCESIONES Y SERIES

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                                       | 163 |
| 1.1. | Sucesiones.....   | 164 |
| 2.   | PROGRESIÓN ARITMÉTICA.....                              | 165 |
| 2.1. | El $n$ -ésimo término de una progresión aritmética..... | 165 |
| 2.2. | Medios aritméticos.....                                 | 167 |
| 3.   | SERIES ARITMÉTICAS.....                                 | 167 |
| 4.   | PROGRESIÓN GEOMÉTRICA.....                              | 170 |
| 4.1. | El $n$ -ésimo término de una progresión geométrica..... | 171 |
| 4.2. | Medios geométricos.....                                 | 172 |
| 5.   | SERIES GEOMÉTRICAS.....                                 | 173 |
| 6.   | SERIES GEOMÉTRICAS INFINITAS.....                       | 175 |
| 7.   | PROGRESIÓN ARMÓNICA.....                                | 176 |
|      | EJERCICIOS.....   | 178 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                                  | 185 |

## CAPÍTULO 7 COMBINATORIA Y BINOMIO DE NEWTON

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                      | 187 |
| 2.   | PRINCIPIO FUNDAMENTAL DE CONTEO.....   | 188 |
| 2.1. | Principio de adición.....              | 188 |
| 2.2. | Principio de multiplicación.....       | 188 |
| 3.   | FACTORIAL DE UN NÚMERO.....            | 189 |
| 3.1. | Propiedades de notación factorial..... | 190 |
| 4.   | PERMUTACIONES.....                     | 191 |
| 4.1. | Permutaciones simples.....             | 191 |
| 4.2. | Permutaciones circulares.....          | 192 |

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 4.3. | Permutaciones con repetición.....                 | 194 |
| 5.   | VARIACIONES.....                                  | 195 |
| 5.1. | Variaciones simples.....                          | 195 |
| 5.2. | Variaciones con repetición.....                   | 196 |
| 6.   | COMBINACIONES.....                                | 197 |
| 6.1. | Combinaciones simples.....                        | 197 |
| 6.2. | Combinaciones con repetición.....                 | 200 |
| 6.3. | Propiedades de combinaciones.....                 | 201 |
| 7.   | NOTACIÓN DE SUMATORIA Y PRODUCTORIA.....          | 203 |
| 7.1. | Propiedades de la sumatoria y la productoria..... | 204 |
| 8.   | BINOMIO DE NEWTON.....                            | 206 |
| 8.1. | Propiedades.....                                  | 207 |
|      | EJERCICIOS.....                                   | 209 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                            | 215 |

## CAPÍTULO 8 LOGARITMOS Y EXPONENCIALES

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                                       | 219 |
| 2.   | FUNCIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.....             | 220 |
| 2.1. | Funciones exponenciales.....                            | 220 |
| 2.2. | Funciones logarítmicas.....                             | 221 |
| 2.3. | Propiedades de las Funciones logarítmicas.....          | 222 |
| 3.   | ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS.....            | 224 |
| 3.1. | Ecuaciones exponenciales.....                           | 224 |
| 3.2. | Ecuaciones logarítmicas.....                            | 226 |
| 4.   | SISTEMA DE ECUACIONES EXPONENCIALES Y LOGARÍTMICAS..... | 229 |
|      | EJERCICIOS.....   | 232 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                                  | 237 |

## CAPÍTULO 9 TRIGONOMETRÍA Y APLICACIONES

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                                    | 239 |
| 1.1. | Medida de ángulos.....                               | 240 |
| 2.   | FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.....                       | 240 |
| 2.1. | Razones trigonométricas.....                         | 240 |
| 2.2. | Funciones trigonométricas de ángulos especiales..... | 242 |
| 2.3. | Funciones trigonométricas de una rotación.....       | 243 |
| 3.   | GRÁFICA DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.....        | 245 |
| 3.1. | Funciones periódicas.....                            | 246 |
| 4.   | IDENTIDADES TRIGONOMÉTRICAS.....                     | 247 |
| 5.   | INVERSAS DE LAS FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS.....       | 250 |
| 6.   | ECUACIONES TRIGONOMÉTRICAS.....                      | 251 |
| 7.   | RESOLUCIÓN DE TRIÁNGULOS Y APLICACIONES.....         | 252 |
| 7.1. | Triángulo rectángulos.....                           | 252 |
| 7.2. | Triángulo oblicuos.....                              | 253 |
|      | EJERCICIOS.....                                      | 257 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                               | 263 |

## CAPÍTULO 10 GEOMETRÍA ANALÍTICA EN EL PLANO

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                         | 265 |
| 1.1. | Sistema de coordenadas rectangulares..... | 266 |
| 2.   | DISTANCIA ENTRE DOS PUNTOS.....           | 266 |
| 3.   | PUNTO DE DIVISIÓN DE UN SEGMENTO.....     | 267 |
| 4.   | LA RECTA.....                             | 269 |
| 4.1. | Inclinación y pendiente.....              | 269 |
| 4.2. | Ecuación de la recta.....                 | 270 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 4.2.1. | Ecuación punto-pendiente de una recta.....         | 270 |
| 4.2.2. | Ecuación de una recta que pasa por dos puntos..... | 270 |
| 4.3.   | Ángulo entre dos rectas.....                       | 271 |
| 4.4.   | Rectas paralelas y perpendiculares.....            | 272 |
|        | Distancia de un punto a una recta.....             | 274 |
|        | LA CIRCUNFERENCIA.....                             | 275 |
|        | Ecuación de una circunferencia.....                | 275 |
|        | LA PARÁBOLA.....                                   | 277 |
|        | Ecuación de la parábola.....                       | 277 |
|        | LA ELIPSE.....                                     | 280 |
| 7.1.   | Ecuación de la elipse.....                         | 281 |
|        | LA HIPÉRBOLA.....                                  | 283 |
| 8.1.   | Ecuación de la hipérbola.....                      | 283 |
|        | EJERCICIOS.....                                    | 287 |
|        | EJERCICIOS VARIOS.....                             | 292 |

## CAPÍTULO 11 NÚMEROS COMPLEJOS Y SUS OPERACIONES

|      |   |     |
|------|---|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                                   | 295 |
| 2.   | NÚMEROS COMPLEJOS.....                              | 296 |
| 2.1. | Conjugados complejos.....                           | 296 |
| 2.2. | Representación gráfica de números complejos.....    | 296 |
| 2.3. | Módulo de un número complejo.....                   | 297 |
| 3.   | OPERACIONES CON LOS NÚMEROS COMPLEJOS.....          | 297 |
| 3.1. | Adición de números complejos.....                   | 298 |
| 3.2. | Sustracción de números complejos.....               | 298 |
| 3.3. | Multiplicación de números complejos.....            | 299 |
| 3.4. | División de números complejos.....                  | 299 |
| 3.5. | Propiedades de los números complejos.....           | 300 |
| 4.   | FORMA POLAR Y EXPONENCIAL DE NÚMEROS COMPLEJOS..... | 302 |
| 4.1. | Notación polar de números complejos.....            | 302 |
| 4.2. | Notación exponencial de números complejos.....      | 303 |
| 4.3. | Multiplicación y división en notación polar.....    | 303 |
| 4.4. | Teorema de DeMoivre.....                            | 304 |
| 5.   | RAÍCES DE NÚMEROS COMPLEJOS.....                    | 306 |
| 6.   | EXPONENCIAL Y LOGARITMACIÓN COMPLEJA.....           | 307 |
| 6.1. | Exponencial compleja.....                           | 307 |
| 6.2. | Logaritmación compleja.....                         | 308 |
|      | EJERCICIOS.....                                     | 310 |
|      | EJERCICIOS VARIOS.....                              | 317 |

## CAPÍTULO 12 LÓGICA MATEMÁTICA

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 1.   | INTRODUCCIÓN.....                              | 319 |
| 2.   | PROPOSICIONES.....                             | 320 |
| 2.1. | Definición de proposición.....                 | 320 |
| 2.2. | Notaciones y conectivos lógicos.....           | 320 |
|      | OPERACIONES PROPOSICIONALES.....               | 321 |
| 3.1. | Negación.....                                  | 321 |
| 3.2. | Conjunción.....                                | 321 |
| 3.3. | Disyunción.....                                | 321 |
| 3.4. | Implicación o Condicional.....                 | 322 |
| 3.5. | Doble implicación o Bicondicional.....         | 323 |
| 3.6. | Disyunción exclusiva.....                      | 324 |
| 3.7. | FÓRMULAS PROPOSICIONALES.....                  | 324 |
| 4.1. | Tabla de valores de verdad.....                | 325 |
| 4.2. | Clasificación de fórmulas proposicionales..... | 325 |

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 4.2.1. | Tautología.....                                    | 325 |
| 4.2.2. | Contradicción.....                                 | 326 |
| 4.2.3. | Contingencia.....                                  | 326 |
| 4.3.   | Equivalencia lógica.....                           | 327 |
| 4.4.   | Ejemplos adicionales.....                          | 327 |
| 5.     | ALGEBRA DE PROPOSICIONES.....                      | 329 |
| 5.1.   | Leyes lógicas.....                                 | 329 |
| 5.2.   | Simplificación de fórmulas proposicionales.....    | 330 |
| 6.     | CIRCUITOS LÓGICOS.....                             | 332 |
| 6.1.   | Circuitos en serie.....                            | 333 |
| 6.2.   | Circuitos en paralelo.....                         | 333 |
| 7.     | INFERENCIA LÓGICA.....                             | 336 |
| 7.1.   | Reglas de inferencia.....                          | 337 |
| 7.2.   | Métodos de demostración.....                       | 338 |
| 7.2.1. | Demostración directa.....                          | 338 |
| 7.2.2. | Demostración indirecta.....                        | 338 |
| 7.2.3. | Demostración Condicional.....                      | 338 |
| 8.     | FUNCIONES PROPOSICIONALES Y SU CUANTIFICACIÓN..... | 341 |
| 8.1.   | Funciones proposicionales.....                     | 341 |
| 8.2.   | Cuantificadores.....                               | 341 |
|        | EJERCICIOS.....                                    | 346 |
|        | EJERCICIOS VARIOS.....                             | 356 |

## CAPÍTULO 13 TEORÍA DE CONJUNTOS

|        |  |     |
|--------|--|-----|
| 1.     | INTRODUCCIÓN.....                          | 359 |
| 2.     | CONCEPTOS Y RELACIÓN DE PERTENENCIA.....   | 360 |
| 2.1.   | Notación de conjuntos.....                 | 360 |
| 2.2.   | Notación de conjuntos numéricos.....       | 361 |
| 3.     | DETERMINACIÓN DE UN CONJUNTO.....          | 361 |
| 3.1.   | Conjuntos expresados por extensión.....    | 361 |
| 3.2.   | Conjuntos expresados por comprensión ..... | 361 |
| 4.     | CONJUNTOS ESPECIALES.....                  | 362 |
| 4.1.   | Conjunto unitario.....                     | 362 |
| 4.2.   | Conjunto vacío.....                        | 362 |
| 4.3.   | Conjunto universo.....                     | 363 |
| 4.4.   | Conjuntos finitos e infinitos.....         | 363 |
| 5.     | RELACIONES ENTRE CONJUNTOS.....            | 363 |
| 5.1.   | Inclusión de conjuntos.....                | 364 |
| 5.2.   | Igualdad de conjuntos.....                 | 364 |
| 5.3.   | Propiedades de la inclusión.....           | 365 |
| 6.     | CONJUNTO DE PARTES.....                    | 366 |
| 7.     | OPERACIONES CON CONJUNTOS.....             | 367 |
| 7.1.   | Unión de conjuntos.....                    | 367 |
| 7.2.   | Intersección de conjuntos.....             | 368 |
| 7.2.1. | Conjuntos disjuntos.....                   | 369 |
| 7.3.   | Complemento de conjunto.....               | 369 |
| 7.4.   | Diferencia de conjuntos.....               | 370 |
| 7.5.   | Diferencia simétrica de conjuntos.....     | 371 |
| 8.     | OPERACIONES CON INTERVALOS.....            | 373 |
| 9.     | LEYES DE OPERACIONES CON CONJUNTOS.....    | 374 |
| 10.    | CARDINAL DE UN CONJUNTO.....               | 377 |
| 10.1.  | Propiedades de cardinal de conjuntos.....  | 377 |
| 11.    | PRODUCTO CARTESIANO.....                   | 381 |
|        | EJERCICIOS.....                            | 384 |
|        | EJERCICIOS VARIOS.....                     | 392 |