



Contenido



Presentación preliminar del cálculo 2

1 Funciones y modelos 10

- 1.1 Cuatro maneras de representar una función 11
- 1.2 Modelos matemáticos 24
- 1.3 Nuevas funciones a partir de funciones ya conocidas 38
- 1.4 Calculadoras graficadoras y computadoras 50
- 1.5 Funciones exponenciales 56
- 1.6 Funciones inversas y logarítmicas 64
- Repaso 75

Principios para la solución de problemas 78

2 Límites y derivadas 84

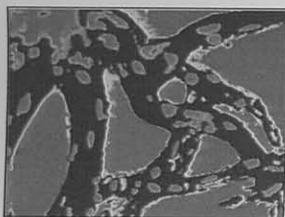
- 2.1 Problemas de la tangente y velocidad 85
- 2.2 Límites de una función 90
- 2.3 Cálculo de límites utilizando las leyes de los límites 102
- 2.4 Definición precisa de límite 112
- 2.5 Continuidad 122
- 2.6 Límites al infinito, asíntotas horizontales 133
- 2.7 Tangentes, velocidades y otras razones de cambio 147
- 2.8 Derivadas 156
 - Proyecto de investigación histórica □ Primeros métodos para hallar tangentes 162
- 2.9 Derivada como función 163
- Repaso 174

Problemas especiales 178

3 Reglas de derivación 180

- 3.1 Derivadas de polinomios y funciones exponenciales 181
- 3.2 Reglas del producto y del cociente 190





- 3.3 Razones de cambio en las ciencias naturales y sociales 196
- 3.4 Derivadas de las funciones trigonométricas 208
- 3.5 Regla de la cadena 215
- 3.6 Derivación implícita 224
- 3.7 Derivadas de orden superior 233
 - Proyecto de aplicación □ ¿Dónde debe iniciar el descenso el piloto? 240
- 3.8 Derivadas de funciones logarítmicas 240
- 3.9 Funciones hiperbólicas 246
- 3.10 Tasas relacionadas 253
- 3.11 Aproximaciones lineales y diferenciales 259
 - Proyecto de laboratorio □ Polinomios de Taylor 266
 - Repaso 267
- Problemas especiales 271

4 Aplicaciones de la derivada 276

- 4.1 Valores máximos y mínimos 277
 - Proyecto de aplicación □ Cálculo de los arcos iris 286
- 4.2 Teorema del valor medio 288
- 4.3 Cómo afectan las derivadas la forma de una gráfica 294
- 4.4 Formas indeterminadas y la regla de L'Hospital 305
 - Proyecto de investigación histórica □ Orígenes de la regla de L'Hospital 313
- 4.5 Resumen de trazo de curvas 314
- 4.6 Trazo de gráficas con cálculo y calculadora 322
- 4.7 Problemas optimización 329
 - Proyecto de aplicación □ Forma de una lata 339
- 4.8 Aplicaciones a la economía 340
- 4.9 Método de Newton 345
- 4.10 Antiderivadas 351
 - Repaso 359
- Problemas especiales 363

5 Integrales 366

- 5.1 Áreas y distancias 367
- 5.2 Integral definida 378
 - Proyecto □ Funciones de área 390
- 5.3 Teorema fundamental del cálculo 391
- 5.4 Integrales indefinidas y teorema del cambio total 401
 - Proyecto de investigación histórica □ Newton, Leibniz y la invención del cálculo 409
- 5.5 Regla de la sustitución 410



- 5.6 Logaritmo definido como una integral 418
 Repaso 425

Problemas especiales 429

6 Aplicaciones de la integración 432

- 6.1 Áreas entre curvas 433
 6.2 Volúmenes 440
 6.3 Cálculo de volúmenes mediante cascarones cilíndricos 451
 6.4 Trabajo 456
 6.5 Valor promedio de una función 460
 Proyecto de aplicación □ Dónde sentarse en las salas cinematográficas 463

Repaso 463

Problemas especiales 465

7 Técnicas de integración 468

- 7.1 Integración por partes 469
 7.2 Integrales trigonométricas 476
 7.3 Sustitución trigonométrica 483
 7.4 Integración de funciones racionales mediante fracciones parciales 490
 7.5 Estrategia para la integración 499
 7.6 Integración por medio de tablas de integrales y sistemas algebraicos computacionales 505

Proyecto □ Modelos de integración 511

7.7 Integración aproximada 512

7.8 Integrales impropias 523

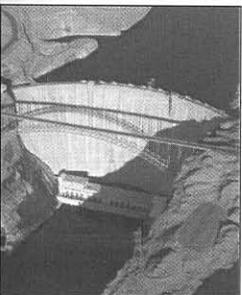
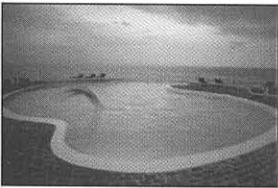
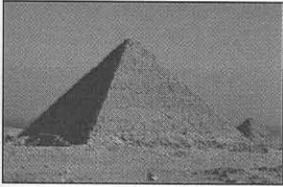
Repaso 534

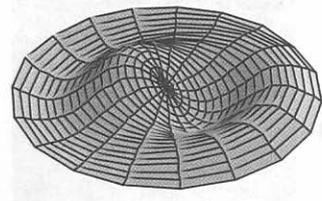
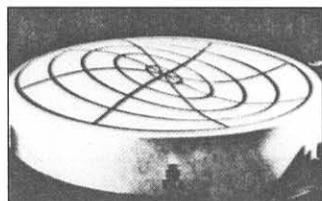
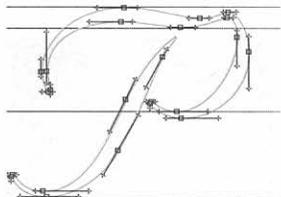
Problemas especiales 537

8 Otras aplicaciones de la integración 540

- 8.1 Longitud de arco 541
 8.2 Área de una superficie de revolución 548
 Proyecto □ Rotación sobre eje oblicuo 554
 8.3 Aplicaciones a la física y a la ingeniería 555
 8.4 Aplicaciones a la economía y a la biología 564
 8.5 Probabilidad 569
 Repaso 576

Problemas especiales 578





9 Ecuaciones diferenciales 580

- 9.1 Modelo con ecuaciones diferenciales 581
- 9.2 Campos direccionales y método de Euler 586
- 9.3 Ecuaciones separables 595
 - Proyecto de aplicación □ ¿Qué es más rápido, subir o bajar? 602
- 9.4 Crecimiento y desintegración exponenciales 603
 - Proyecto de aplicación □ Cálculo y béisbol 612
- 9.5 Ecuación logística 613
- 9.6 Ecuaciones lineales 622
- 9.7 Sistema depredador-presa 628
 - Repaso 634
- Problemas especiales 638

10 Ecuaciones paramétricas y coordenadas polares 640

- 10.1 Curvas definidas por ecuaciones paramétricas 641
 - Proyecto de laboratorio □ Familias de hipocicloides 648
- 10.2 Tangentes y áreas 648
 - Proyecto de laboratorio □ Curvas de Bézier 655
- 10.3 Longitud de arco y área de superficie 655
- 10.4 Coordenadas polares 660
- 10.5 Áreas y longitudes en coordenadas polares 670
- 10.6 Secciones cónicas 675
- 10.7 Secciones cónicas en coordenadas polares 682
 - Repaso 688
- Problemas especiales 690

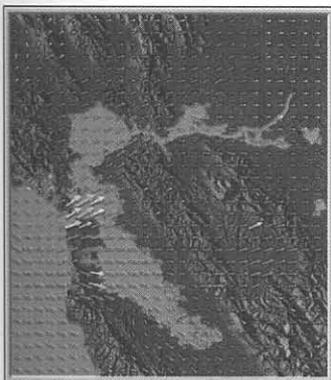
11 Sucesiones y series infinitas 692

- 11.1 Sucesiones 693
 - Proyecto de laboratorio □ Sucesiones logísticas 704
- 11.2 Series 704
- 11.3 Prueba de la integral y estimación de sumas 714
- 11.4 Pruebas por comparación 721
- 11.5 Series alternantes 726
- 11.6 Convergencia absoluta y las pruebas de la razón y la raíz 731
- 11.7 Estrategia de pruebas de series 738
- 11.8 Series de potencias 740
- 11.9 Representación de funciones como series de potencias 745
- 11.10 Series de Taylor y de Maclaurin 751
- 11.11 Serie binomial 762
 - Proyecto de investigación histórica □ Descubrimiento de la serie del binomio por Newton 765

- 11.12 Aplicaciones de los polinomios de Taylor 766
 Proyecto de aplicación Radiación de las estrellas 774
 Repaso 775
Problemas especiales 778

12 Vectores y geometría del espacio 782

- 12.1 Sistemas de coordenadas en tres dimensiones 783
 12.2 Vectores 788
 12.3 Producto punto 796
 12.4 Producto cruz 803
 Proyecto de descubrimiento Geometría de un tetraedro 811
 12.5 Ecuaciones de rectas y planos 812
 12.6 Cilindros y superficies cuadráticas 821
 12.7 Coordenadas cilíndricas y esféricas 827
 Proyecto de laboratorio Familias de superficies 832
 Repaso 832
Problemas especiales 835



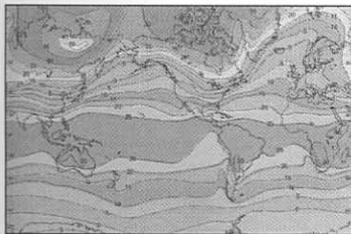
13 Funciones vectoriales 836

- 13.1 Funciones vectoriales y curvas en el espacio 837
 13.2 Derivadas e integrales de funciones vectoriales 843
 13.3 Longitud de arco y curvatura 849
 13.4 Movimiento en el espacio: velocidad y aceleración 857
 Proyecto de aplicación Leyes de Kepler 866
 Repaso 867
Problemas especiales 870



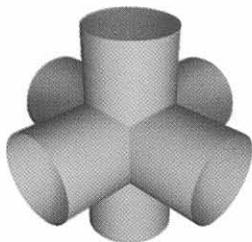
14 Derivadas parciales 872

- 14.1 Funciones de varias variables 873
 14.2 Límites y continuidad 887
 14.3 Derivadas parciales 895
 14.4 Planos tangentes y aproximaciones lineales 908
 14.5 Reglas de cadena 917
 14.6 Derivadas direccionales y vector gradiente 926
 14.7 Valores máximos y mínimos 939
 Proyecto de aplicación Diseño de un camión de volteo 949
 Proyecto de descubrimiento Aproximaciones cuadráticas y puntos críticos 950



- 14.8 Multiplicadores de Lagrange 951
 Proyecto de aplicación Ciencia de cohetes 958
 Proyecto de aplicación Optimización de turbinas hidráulicas 959
 Repaso 960
 Problemas especiales 964

15 Integrales múltiples 966



- 15.1 Integrales dobles sobre rectángulos 967
 15.2 Integrales iteradas 976
 15.3 Integrales dobles sobre regiones generales 981
 15.4 Integrales dobles en coordenadas polares 989
 15.5 Aplicaciones de las integrales dobles 995
 15.6 Área de una superficie 1005
 15.7 Integrales triples 1008
 Proyecto de descubrimiento Volúmenes de hipersferas 1018
 15.8 Integrales triples en coordenadas cilíndricas y esféricas 1018
 Proyecto de aplicación Carrera de objetos rodantes 1024
 Proyecto de descubrimiento Intersección de tres cilindros 1025
 15.9 Cambio de variables en integrales múltiples 1026
 Repaso 1034

Problemas especiales 1038

16 Cálculo vectorial 1040



- 16.1 Campos vectoriales 1041
 16.2 Integrales de línea 1047
 16.3 Teorema fundamental para integrales de línea 1059
 16.4 Teorema de Green 1068
 16.5 Rotacional y divergencia 1075
 16.6 Superficies paramétricas y sus áreas 1083
 16.7 Integrales de superficie 1093
 16.8 Teorema de Stokes 1105
 Proyecto de investigación histórica Tres hombres
 y dos teoremas 1110
 16.9 Teorema de la divergencia 1111
 16.10 Resumen 1118
 Repaso 1119

Problemas especiales 1122

17 Ecuaciones diferenciales de segundo orden 1124

- 17.1 Ecuaciones lineales de segundo orden 1125
- 17.2 Ecuaciones lineales no homogéneas 1131
- 17.3 Aplicaciones de ecuaciones diferenciales de segundo orden 1138
- 17.4 Soluciones en forma de series 1146
- Repaso 1150

Apéndice A1

- A Intervalos, desigualdades y valores absolutos A2
- B Geometría cartesiana y rectas A10
- C Gráficas de ecuaciones de segundo grado A16
- D Trigonometría A24
- E Notación sigma A37
- F Demostraciones de teoremas A42
- G Números complejos A52
- H Respuestas a ejercicios impares A60

Índice A123