

# Contenido

<b>Prefacio</b>	<b>xv</b>
<b>1 ¿Para qué sirven los autómatas?</b>	<b>1</b>
1.1 ¿Por qué estudiar teoría de autómatas?	2
1.1.1 Introducción a los autómatas finitos	2
1.1.2 Representaciones estructurales	4
1.1.3 Los autómatas y la complejidad	5
1.2 Introducción a las demostraciones formales	6
1.2.1 Demostraciones deductivas	7
1.2.2 Reducción a definiciones	10
1.2.3 Otras formas de teoremas	11
1.2.4 Teoremas que no parecen ser proposiciones de la forma “SI ENTONCES”	15
1.3 Otras formas de demostración	15
1.3.1 Demostración de equivalencias entre conjuntos	16
1.3.2 La conversión contradictoria	17
1.3.3 Demostración por reducción al absurdo	19
1.3.4 Contraejemplos	20
1.4 Demostraciones inductivas	22
1.4.1 Inducciones sobre números enteros	22
1.4.2 Formas más generales de inducción sobre los enteros	25
1.4.3 Inducciones estructurales	26
1.4.4 Inducciones mutuas	29
1.5 Conceptos centrales de la teoría de autómatas	32
1.5.1 Alfabetos	32
1.5.2 Cadenas	32
1.5.3 Lenguajes	34
1.5.4 Problemas	35
1.6 Resumen del Capítulo 1	38
1.7 Referencias para el Capítulo 1	39

<b>2</b>	<b>Autómatas finitos</b>	<b>41</b>
2.1	Descripción informal de los autómatas finitos . . . . .	42
2.1.1	Las reglas básicas . . . . .	43
2.1.2	El protocolo . . . . .	43
2.1.3	Permitir que el autómata ignore acciones . . . . .	45
2.1.4	Un autómata para el sistema completo . . . . .	47
2.1.5	Utilización del autómata producto para validar el protocolo . . . . .	49
2.2	Autómatas finitos deterministas . . . . .	50
2.2.1	Definición de un autómata finito determinista . . . . .	50
2.2.2	Cómo procesa cadenas un AFD . . . . .	51
2.2.3	Notaciones más simples para AFD . . . . .	53
2.2.4	Extensión a cadenas de la función de transición . . . . .	54
2.2.5	Lenguaje de un AFD . . . . .	57
2.2.6	Ejercicios para la Sección 2.2 . . . . .	58
2.3	Autómatas finitos no deterministas . . . . .	61
2.3.1	Visión informal de los autómatas finitos no deterministas . . . . .	61
2.3.2	Definición de los autómatas finitos no deterministas . . . . .	63
2.3.3	La función de transición extendida . . . . .	64
2.3.4	El lenguaje de un AFN . . . . .	65
2.3.5	Equivalencia entre autómatas finitos deterministas y no deterministas . . . . .	66
2.3.6	Un caso desfavorable para la construcción de subconjuntos . . . . .	71
2.3.7	Ejercicios para la Sección 2.3 . . . . .	72
2.4	Una aplicación: búsqueda de texto . . . . .	74
2.4.1	Búsqueda de cadenas en textos . . . . .	74
2.4.2	Autómatas finitos no deterministas para búsqueda de texto . . . . .	75
2.4.3	Un AFD que reconoce un conjunto de palabras claves . . . . .	76
2.4.4	Ejercicios para la Sección 2.4 . . . . .	79
2.5	Autómatas finitos con transiciones $\epsilon$ . . . . .	79
2.5.1	Utilidad de las transiciones $\epsilon$ . . . . .	79
2.5.2	Notación formal para un AFN- $\epsilon$ . . . . .	80
2.5.3	Clausuras respecto de $\epsilon$ . . . . .	81
2.5.4	Transiciones y lenguajes extendidos para AFN- $\epsilon$ . . . . .	83
2.5.5	Eliminación de las transiciones $\epsilon$ . . . . .	84
2.5.6	Ejercicios para la Sección 2.5 . . . . .	87
2.6	Resumen del Capítulo 2 . . . . .	88
2.7	Referencias para el Capítulo 2 . . . . .	88
<b>3</b>	<b>Expresiones y lenguajes regulares</b>	<b>91</b>
3.1	Expresiones regulares . . . . .	91
3.1.1	Operadores de las expresiones regulares . . . . .	92
3.1.2	Construcción de expresiones regulares . . . . .	94
3.1.3	Precedencia de los operadores de expresiones regulares . . . . .	97
3.1.4	Ejercicios para la Sección 3.1 . . . . .	98
3.2	Autómatas finitos y expresiones regulares . . . . .	99

3.2.1	De los AFD a las expresiones regulares . . . . .	100
3.2.2	Conversión de un AFD en una expresión regular por eliminación de estados . . . . .	105
3.2.3	Conversión de expresiones regulares en autómatas . . . . .	111
3.2.4	Ejercicios para la Sección 3.2 . . . . .	114
3.3	Aplicaciones de las expresiones regulares . . . . .	117
3.3.1	Expresiones regulares en UNIX . . . . .	118
3.3.2	Análisis léxico . . . . .	119
3.3.3	Búsqueda de patrones en textos . . . . .	121
3.3.4	Ejercicios para la Sección 3.3 . . . . .	123
3.4	Álgebra de las expresiones regulares . . . . .	124
3.4.1	Asociatividad y conmutatividad . . . . .	125
3.4.2	Elemento identidad y elemento nulo . . . . .	125
3.4.3	Propiedades distributivas . . . . .	126
3.4.4	La propiedad de idempotencia . . . . .	127
3.4.5	Propiedades relativas a las clausuras . . . . .	127
3.4.6	Descubriendo propiedades de expresiones regulares . . . . .	128
3.4.7	Comprobación de una propiedad algebraica de las expresiones regulares . . . . .	130
3.4.8	Ejercicios para la Sección 3.4 . . . . .	131
3.5	Resumen del Capítulo 3 . . . . .	133
3.6	Referencias para el Capítulo 3 . . . . .	133
<b>4</b>	<b>Propiedades de los lenguajes regulares</b> . . . . .	<b>135</b>
4.1	Demostración de que un lenguaje no es regular . . . . .	136
4.1.1	Lema de bombeo para los lenguajes regulares . . . . .	136
4.1.2	Aplicaciones del lema de bombeo . . . . .	138
4.1.3	Ejercicios para la Sección 4.1 . . . . .	139
4.2	Propiedades de clausura de los lenguajes regulares . . . . .	141
4.2.1	Clausura de los lenguajes regulares para las operaciones booleanas . . . . .	142
4.2.2	Reflexión . . . . .	148
4.2.3	Homomorfismo . . . . .	150
4.2.4	Homomorfismo inverso . . . . .	151
4.2.5	Ejercicios para la Sección 4.2 . . . . .	157
4.3	Propiedades de decisión de los lenguajes regulares . . . . .	160
4.3.1	Conversión entre representaciones . . . . .	161
4.3.2	Comprobación de si un lenguaje es vacío . . . . .	163
4.3.3	Comprobación de la pertenencia a un lenguaje regular . . . . .	165
4.3.4	Ejercicios para la Sección 4.3 . . . . .	165
4.4	Equivalencia y minimización de autómatas . . . . .	166
4.4.1	Comprobación de la equivalencia de estados . . . . .	166
4.4.2	Comprobación de la equivalencia de lenguajes regulares . . . . .	170
4.4.3	Minimización de un AFD . . . . .	172
4.4.4	Por qué no hay AFD menores que el minimizado . . . . .	175

4.4.5	Ejercicios para la Sección 4.4 . . . . .	177
4.5	Resumen del Capítulo 4 . . . . .	178
4.6	Referencias para el Capítulo 4 . . . . .	179
<b>5</b>	<b>Gramáticas independientes del contexto</b>	<b>181</b>
5.1	Gramáticas independientes del contexto . . . . .	182
5.1.1	Un ejemplo informal . . . . .	182
5.1.2	Definición de las gramáticas independientes del contexto . . . . .	183
5.1.3	Derivaciones con una gramática . . . . .	185
5.1.4	Derivaciones izquierda y derecha . . . . .	188
5.1.5	Lenguaje de una gramática . . . . .	190
5.1.6	Formas sentenciales . . . . .	191
5.1.7	Ejercicios para la Sección 5.1 . . . . .	193
5.2	Árboles de derivación . . . . .	194
5.2.1	Construcción de árboles de derivación . . . . .	196
5.2.2	Resultado de un árbol de derivación . . . . .	197
5.2.3	Inferencia, derivaciones y árboles de derivación . . . . .	197
5.2.4	De las inferencias a los árboles . . . . .	199
5.2.5	De los árboles a las derivaciones . . . . .	201
5.2.6	De las derivaciones a las inferencias recursivas . . . . .	204
5.2.7	Ejercicios para la Sección 5.2 . . . . .	206
5.3	Aplicaciones de las GIC . . . . .	206
5.3.1	Analizadores . . . . .	207
5.3.2	El generador de analizadores YACC . . . . .	209
5.3.3	Lenguajes de marcado . . . . .	211
5.3.4	XML y la definición de tipos de documentos . . . . .	213
5.3.5	Ejercicios para la Sección 5.3 . . . . .	219
5.4	Ambigüedad en las gramáticas y lenguajes . . . . .	221
5.4.1	Gramáticas ambiguas . . . . .	221
5.4.2	Cómo eliminar la ambigüedad de las gramáticas . . . . .	223
5.4.3	Derivaciones más a la izquierda como forma de expresar ambigüedad . . . . .	227
5.4.4	Ambigüedad inherente . . . . .	228
5.4.5	Ejercicios para la Sección 5.4 . . . . .	230
5.5	Resumen del Capítulo 5 . . . . .	231
5.6	Referencias para el Capítulo 5 . . . . .	233
<b>6</b>	<b>Autómatas a Pila</b>	<b>235</b>
6.1	Definición de los Autómatas a Pila . . . . .	235
6.1.1	Introducción Informal . . . . .	235
6.1.2	Definición Formal de los Autómatas a Pila . . . . .	238
6.1.3	Una Notación Gráfica para Autómatas a Pila . . . . .	240
6.1.4	Descripciones Instantáneas de un Autómata a Pila . . . . .	240
6.1.5	Ejercicios para la Sección 6.1 . . . . .	244
6.2	Lenguajes aceptados por un autómata a pila . . . . .	245

6.2.1	Aceptación por estado final . . . . .	246
6.2.2	Aceptación por pila vacía . . . . .	247
6.2.3	De pila vacía a estado final . . . . .	248
6.2.4	De estado final a pila vacía . . . . .	251
6.2.5	Ejercicios para la Sección 6.2 . . . . .	253
6.3	Equivalencia entre Autómatas a Pila y GIC . . . . .	254
6.3.1	De Gramáticas a Autómatas a Pila . . . . .	255
6.3.2	De Autómatas a Pila a Gramáticas . . . . .	259
6.3.3	Ejercicios para la Sección 6.3 . . . . .	263
6.4	Autómatas a Pila Deterministas . . . . .	265
6.4.1	Definición de un Autómata a Pila Determinista . . . . .	265
6.4.2	Lenguajes Regulares y APD . . . . .	266
6.4.3	APD y Lenguajes Independientes del Contexto . . . . .	267
6.4.4	APD y Gramáticas Ambiguas . . . . .	268
6.4.5	Ejercicios para la Sección 6.4 . . . . .	269
6.5	Resumen del Capítulo 6 . . . . .	270
6.6	Referencias para el Capítulo 6 . . . . .	271
<b>7</b>	<b>Propiedades de los lenguajes independientes del contexto</b> . . . . .	<b>273</b>
7.1	Formas normales para gramáticas independientes del contexto . . . . .	273
7.1.1	Eliminación de símbolos inútiles . . . . .	274
7.1.2	Cálculo de los símbolos generadores y alcanzables . . . . .	276
7.1.3	Eliminación de producciones $\epsilon$ . . . . .	277
7.1.4	Eliminación de producciones unitarias . . . . .	281
7.1.5	Forma normal de Chomsky . . . . .	285
7.1.6	Ejercicios para la Sección 7.1 . . . . .	288
7.2	Lema de bombeo para LIC . . . . .	293
7.2.1	Tamaño de los árboles de derivación . . . . .	293
7.2.2	Enunciado del lema de bombeo . . . . .	294
7.2.3	Aplicaciones del lema de bombeo para LIC . . . . .	296
7.2.4	Ejercicios para la Sección 7.2 . . . . .	300
7.3	Propiedades de clausura de los lenguajes independientes del contexto . . . . .	301
7.3.1	Sustituciones . . . . .	301
7.3.2	Aplicaciones del teorema de sustitución . . . . .	304
7.3.3	Reflexión . . . . .	305
7.3.4	Intersección con un lenguaje regular . . . . .	305
7.3.5	Homomorfismo inverso . . . . .	310
7.3.6	Ejercicios para la Sección 7.3 . . . . .	312
7.4	Propiedades de decisión de los LIC . . . . .	314
7.4.1	Complejidad de las conversiones entre GIC y autómatas a pila . . . . .	314
7.4.2	Tiempo de ejecución de la conversión a forma normal de Chomsky . . . . .	316
7.4.3	Comprobación de si un LIC está vacío . . . . .	317

7.4.4	Comprobación de la pertenencia a un LIC . . . . .	320
7.4.5	Anticipo de los problemas indecidibles sobre LIC . . . . .	323
7.4.6	Ejercicios para la Sección 7.4 . . . . .	324
7.5	Resumen del Capítulo 7 . . . . .	325
7.6	Referencias para el Capítulo 7 . . . . .	326
<b>8</b>	<b>Introducción a las máquinas de Turing</b>	<b>327</b>
8.1	Problemas que un computador no puede resolver . . . . .	328
8.1.1	Programas que imprimen “hola, mundo” . . . . .	328
8.1.2	El hipotético comprobador de “hola, mundo” . . . . .	331
8.1.3	Reducir un problema a otro . . . . .	334
8.1.4	Ejercicios para la Sección 8.1 . . . . .	337
8.2	La máquina de Turing . . . . .	338
8.2.1	El intento de decidir todas las cuestiones matemáticas . . . . .	339
8.2.2	Notación para la máquina de Turing . . . . .	340
8.2.3	Configuraciones o descripciones instantáneas de máquinas de Turing . . . . .	342
8.2.4	Diagramas de transición para las máquinas de Turing . . . . .	346
8.2.5	El lenguaje de una máquina de Turing . . . . .	350
8.2.6	Las máquinas de Turing y la parada . . . . .	351
8.2.7	Ejercicios para la Sección 8.2 . . . . .	351
8.3	Técnicas de programación para las MT . . . . .	353
8.3.1	Almacenamiento en el estado . . . . .	353
8.3.2	Pistas múltiples . . . . .	355
8.3.3	Subrutinas . . . . .	357
8.3.4	Ejercicios para la Sección 8.3 . . . . .	360
8.4	Extensiones de la máquina de Turing básica . . . . .	360
8.4.1	Máquinas de Turing con varias cintas . . . . .	361
8.4.2	Equivalencia entre las MT con una y varias cintas . . . . .	362
8.4.3	El tiempo de ejecución en la construcción que pasa de muchas cintas a una . . . . .	364
8.4.4	Máquinas de Turing no deterministas . . . . .	365
8.4.5	Ejercicios para la Sección 8.4 . . . . .	368
8.5	Máquinas de Turing con restricciones . . . . .	371
8.5.1	Máquinas de Turing con cintas semiinfinitas . . . . .	372
8.5.2	Máquinas con pilas múltiples . . . . .	375
8.5.3	Máquinas contadoras . . . . .	378
8.5.4	Potencia de las máquinas contadoras . . . . .	379
8.5.5	Ejercicios para la Sección 8.5 . . . . .	382
8.6	Las máquinas de Turing y los computadores . . . . .	382
8.6.1	Simulación de una máquina de Turing mediante un computador . . . . .	383
8.6.2	Simulación de un computador mediante una máquina de Turing . . . . .	384

8.6.3	Comparación de los tiempos de ejecución de los computadores y de las máquinas de Turing . . . . .	390
8.7	Resumen del Capítulo 8 . . . . .	392
8.8	Referencias para el Capítulo 8 . . . . .	395
<b>9</b>	<b>Problemas indecidibles</b>	<b>397</b>
9.1	Un lenguaje no recursivamente enumerable . . . . .	398
9.1.1	Enumeración de cadenas binarias . . . . .	399
9.1.2	Codificación de las máquinas de Turing . . . . .	399
9.1.3	El lenguaje de diagonalización . . . . .	401
9.1.4	Demostración de que $L_d$ no es RE . . . . .	402
9.1.5	Ejercicios para la Sección 9.1 . . . . .	403
9.2	Un problema indecidible que es RE . . . . .	404
9.2.1	Lenguajes recursivos . . . . .	404
9.2.2	Complementarios de los lenguajes recursivos y RE . . . . .	405
9.2.3	El lenguaje universal . . . . .	408
9.2.4	Indecidibilidad del lenguaje universal . . . . .	411
9.2.5	Ejercicios para la Sección 9.2 . . . . .	412
9.3	Problemas indecidibles para máquinas de Turing . . . . .	414
9.3.1	Reducciones . . . . .	415
9.3.2	Máquinas de Turing que aceptan el lenguaje vacío . . . . .	416
9.3.3	Teorema de Rice y propiedades de los lenguajes RE . . . . .	420
9.3.4	Problemas sobre especificaciones de las MT . . . . .	422
9.3.5	Ejercicios para la Sección 9.3 . . . . .	423
9.4	El problema de la correspondencia de Post . . . . .	425
9.4.1	Definición del problema de la correspondencia de Post . . . . .	425
9.4.2	El PCP "modificado" . . . . .	428
9.4.3	Finalización de la demostración de la indecidibilidad del PCP . . . . .	431
9.4.4	Ejercicios para la Sección 9.4 . . . . .	437
9.5	Otros problemas indecidibles . . . . .	438
9.5.1	Problemas acerca de programas . . . . .	438
9.5.2	Indecidibilidad de la ambigüedad de una GIC . . . . .	438
9.5.3	Complementario de un lenguaje de lista . . . . .	441
9.5.4	Ejercicios para la Sección 9.5 . . . . .	444
9.6	Resumen del Capítulo 9 . . . . .	445
9.7	Referencias para el Capítulo 9 . . . . .	446
<b>10</b>	<b>Problemas intratables</b>	<b>449</b>
10.1	Las clases $\mathcal{P}$ y $\mathcal{NP}$ . . . . .	450
10.1.1	Problemas resolubles en tiempo polinómico . . . . .	450
10.1.2	Ejemplo: algoritmo de Kruskal . . . . .	451
10.1.3	Tiempo polinómico no determinista . . . . .	456
10.1.4	Ejemplo de $\mathcal{NP}$ : el problema del viajante de comercio . . . . .	456
10.1.5	Reducciones en tiempo polinómico . . . . .	458