

# CONTENIDO

Formalidades  
Dedicatoria  
Reconocimientos  
Agradecimiento especial  
Presentación de la obra  
Amigo Estudiante  
Estimado Docente

## UNIDAD I

### 1.1

- Presentación de la Unidad 1**
- 1.1.1. Introducción 2
- 1.1.2. Conjuntos numéricos 2
  - 1.1.2.A. El conjunto  $\mathbb{N}$  2
  - 1.1.2.B. El conjunto  $\mathbb{Z}$  3
  - 1.1.2.C. El conjunto  $\mathbb{Q}$  3
- 1.1.3. Números irracionales  $\mathbb{I}$  5
  - 1.1.3.A. Definición 5
  - 1.1.3.B. Ubicación de  $\mathbb{I}$  en la recta numérica
- 1.1.4. Números reales  $\mathbb{R}$  6
  - 1.1.4.A. Definición 6
  - 1.1.4.B. Observaciones 6
  - 1.1.4.C. Recta numérica real 7
- 1.1.5. Operaciones en  $\mathbb{R}$  8
  - 1.1.5.A. Adición en  $\mathbb{R}$  8
  - 1.1.5.B. Propiedades de la adición en  $\mathbb{R}$  8
  - 1.1.5.C. Sustracción en  $\mathbb{R}$  9
  - 1.1.5.D. Multiplicación en  $\mathbb{R}$  9
  - 1.1.5.E. Propiedades de la multiplicación en  $\mathbb{R}$  9
  - 1.1.5.F. División en  $\mathbb{R}$  9
  - 1.1.5.G. Análisis de las propiedades de  $\mathbb{R}$  10
- 1.1.6. Demostraciones en  $\mathbb{R}$  11
- 1.1.7. Propiedades complementarias en  $\mathbb{R}$  14
- 1.1.8. Conjuntos 16
  - 1.1.8.A. Introducción 16
  - 1.1.8.B. Noción de conjunto 17
    - B.1. Descripción de un conjunto 17
    - B.2. Cardinalidad de conjuntos 17
    - B.3. Relación de pertenencia 17
  - 1.1.8.C. Métodos de determinación de conjuntos 17
    - C.1. Por extensión o conteo 17
    - C.2. Por comprensión o en forma constructiva 17
  - 1.1.8.D. Representación gráfica de conjuntos 18
    - D.1. Diagrama de Venn - Euler 18
    - D.2. Diagrama de Carroll 18
    - D.3. Diagrama de Hasse 19

- 1.1.8.E. Relaciones entre conjuntos
  - E.1. Relación de inclusión
  - E.2. Subconjuntos de un conjunto 20
  - E.3. Igualdad de conjuntos 21
- 1.1.8.F. Tipos de conjuntos según el número de elementos 21
  - F.1. Conjunto vacío o nulo 21
  - F.2. Conjunto unitario 21
  - F.3. Conjuntos finitos e infinitos 21
  - F.4. Conjunto universal 22
- 1.1.8.G. Comparación de conjuntos 22
  - G.1. Conjuntos disjuntos 21
  - G.2. Conjunto de conjuntos 23
  - G.3. Conjunto potencia  $P_A$  23
  - G.4. Conjunto producto o cartesiano 24
- 1.1.8.H. Operaciones con conjuntos 25
  - H.1. Unión o reunión 25
  - H.2. Intersección 27
  - H.3. Diferencia 29
  - H.4. Diferencia simétrica 31
  - H.5. Complemento de un conjunto 33
- 1.1.8.I. Regiones según el diagrama de Venn 36
- 1.1.9. Intervalos 39
  - 1.1.9.A. Introducción 39
  - 1.1.9.B. Definición 39
  - 1.1.9.C. Notación conjuntista 40
  - 1.1.9.D. Operaciones con intervalos 42
- 1.1.10. Potenciación 43
  - 1.1.10.A. Introducción 43
  - 1.1.10.B. Notación exponencial de  $\mathbb{Z}^+$  43
  - 1.1.10.C. Definición 43
  - 1.1.10.D. Notación exponencial del cero y  $\mathbb{Z}^-$  44
  - 1.1.10.E. Leyes de exponentes 45
  - 1.1.10.F. Notación científica 47
- 1.1.11. Radicación 49
  - 1.1.11.A. Definición 49
  - 1.1.11.B. Exponentes fraccionarios 50
  - 1.1.11.C. Características de los radicales 52
  - 1.1.11.D. Racionalización del denominador 53
    - D.1. Definición 53
    - D.2. Casos que se presentan 53
- 1.1.12. Expresiones algebraicas 54
  - 1.1.12.A. Introducción 54
  - 1.1.12.B. Definiciones previas 54
    - B.1. Término algebraico, T.A 54
    - B.2. Grado del T.A 54
    - B.3. Términos semejantes 55
  - 1.1.12.C. Operaciones con términos algebraicos 55
    - C.1. Adición y sustracción 55
    - C.2. Multiplicación y división 55
    - C.3. Potenciación y radicación 55
  - 1.1.12.D. Expresiones algebraicas, E.A 56
    - D.1. Definición 56
    - D.2. Clasificación de las E.A 56
    - D.3. Polinomios 56

	D.3.1. Tipos de polinomios	57
	D.3.2. Valor numérico de un polinomio	57
	D.3.3. Operaciones con polinomios	58
	D.3.4. Fórmulas para productos especiales	59
1.1.13.	Factorización	61
	1.1.13.A. Introducción	61
	1.1.13.B. Definición	61
	B.1. Polinomios reducibles	61
	B.2. Polinomio primo	61
	1.1.13.C. Métodos de factorización	62
	1.1.13.D. Máximo común divisor y mínimo común múltiplo	64
	D.1. MCD	64
	D.2. MCM	64
1.1.14.	Expresiones algebraicas racionales	65
	1.1.14.A. Introducción	65
	1.1.14.B. Definición	65
	1.1.14.C. Dominio de una expresión algebraica	66
	1.1.14.D. Simplificación de fracciones algebraicas	66
	1.1.14.E. Clasificación de las fracciones algebraicas	67
	1.1.14.F. Operaciones con fracciones algebraicas	68
	 EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA	69
	PROBLEMAS RESUELTOS	85

---

1.2.1.	Definiciones básicas	110
	1.2.1.A. Enunciado	110
	1.2.1.B. Proposición	110
	1.2.1.C. Equivalencia	110
	1.2.1.D. Igualdad	111
	1.2.1.E. Magnitud	111
	1.2.1.F. Ente matemático	111
	1.2.1.G. Conjunto	111
	1.2.1.H. Variable	111
	1.2.1.I. Constante	111
	1.2.1.J. Identidad	111
	1.2.1.K. Lenguaje simbólico	111
1.2.2.	Ecuación	112
	1.2.2.A. Definición	112
	1.2.2.B. Estructura de una ecuación	112
	1.2.2.C. Conjunto Solución de la ecuación	113
	1.2.2.D. Propiedades de la ecuación	114
1.2.3.	Ecuaciones equivalentes	114
	1.2.3.A. Definición	114
	1.2.3.B. Resolución de una ecuación	114
1.2.4.	Clasificación de las ecuaciones	117
1.2.5.	Ecuaciones lineales	118
	1.2.5.A. Introducción	118
	1.2.5.B. Definición	118
	1.2.5.C. Resolución de las aplicaciones de la ecuación lineal	119
	1.2.5.D. Aplicaciones de la ecuación lineal	120

- 1.2.6. Despejar una variable 122
- 1.2.7. Ecuaciones cuadráticas 123
  - 1.2.7.A. Introducción 123
  - 1.2.7.B. Definición 123
  - 1.2.7.C. Resolución de la ecuaciones cuadráticas 124
  - 1.2.7.D. Métodos de resolución de ecuaciones cuadráticas 124
    - D.1. Por factorización 124
    - D.2. Por extracción de radicales 126
    - D.3. Completando el cuadrado 127
    - D.4. Fórmula cuadrática 128
  - 1.2.7.E. Discriminante, D 130
  - 1.2.7.F. Reconstrucción de la ecuación cuadrática 130
  - 1.2.7.G. Resolución de las aplicaciones de la ecuación cuadrática 131
- 1.2.8. Transformación a ecuaciones de grado 1 y 2 133
  - 1.2.8.A. Introducción 133
  - 1.2.8.B. Ecuaciones fraccionarias 133
    - B.1. Introducción 133
    - B.2. Definición 133
    - B.3. Condición de existencia de las soluciones 133
    - B.4. Teorema 134
  - 1.2.8.C. Ecuaciones con radicales 135
    - C.1. Introducción 135
    - C.2. Definición 135
    - C.3. Condición de existencia de las soluciones 135
  - 1.2.8.D. Ecuaciones de grado superior con exponentes enteros 137
    - D.1. Introducción 137
    - D.2. Definición 137
  - 1.2.8.E. Ecuaciones que contienen exponentes fraccionarios 139
    - E.1. Introducción 139
    - E.2. Definición 139
  - 1.2.8.F. Ecuaciones con valor absoluto 140
    - F.1. Introducción 140
    - F.2. Definición 140
    - F.3. Distancia entre puntos de la recta numérica real 140
    - F.4. Propiedades del valor absoluto 142
    - F.5. Teoremas del valor absoluto 142
- 1.2.9. Modelado mediante ecuaciones 143
  - 1.2.9.A. Introducción 143
  - 1.2.9.B. Cuatro pasos de Pólya 143
- 1.2.10. Aplicación de ecuaciones en Economía 145
  - 1.2.10.A. Introducción 145
  - 1.2.10.B. Definiciones básicas de Economía 145
    - B.1. Costo fijo 145
    - B.2. Costo variable 145
    - B.3. Costo total 145
    - B.4. Ingreso total 146
    - B.5. Utilidad 146

## **Presentación de la Unidad 191**

- 2.1.1. Desigualdades 192
  - 2.1.1.A. Introducción 192
  - 2.1.1.B. Cuatro símbolos de desigualdad 192
  - 2.1.1.C. Posiciones relativas de dos números 193
  - 2.1.1.D. Definición de desigualdad 194
  - 2.1.1.E. Propiedades de la desigualdad 194
  - 2.1.1.F. Relación de orden 194
  - 2.1.1.G. Interpretación de la desigualdad 194
  - 2.1.1.H. Teoremas de la desigualdad 195
  - 2.1.1.I. Demostración de desigualdades 196
  - 2.1.1.J. Clases de desigualdad 194
    - J.1. Desigualdad absoluta 197
    - J.2. Desigualdad relativa 197
  - 2.1.1.K. Estructura de una desigualdad 197
  - 2.1.1.L. Clasificación de la desigualdad relativa 198
  - 2.1.1.M. Conjunto Solución 199
- 2.1.2. Desigualdades lineales 199
  - 2.1.2.A. Introducción 199
  - 2.1.2.B. Definición 199
  - 2.1.2.C. Conversión de lenguajes 200
  - 2.1.2.D. Resolución de una desigualdad lineal 200
  - 2.1.2.E. Aplicaciones de la desigualdad lineal 203
- 2.1.3. Desigualdades no lineales 204
  - 2.1.3.A. Introducción 204
  - 2.1.3.B. Criterios 204
- 2.1.4. Desigualdades cuadráticas 205
  - 2.1.4.A. Introducción 205
  - 2.1.4.B. Definición 205
  - 2.1.4.C. Resolución de una desigualdad cuadrática 205
  - 2.1.4.D. Aplicaciones de la desigualdad cuadrática 209
  - 2.1.4.E. Resolución gráfica de una desigualdad cuadrática 210
- 2.1.5. Desigualdades de orden superior 214
  - 2.1.5.A. Introducción 214
  - 2.1.5.B. Definición 214
  - 2.1.5.C. Ceros reales de polinomios 214
  - 2.1.5.D. Resolución desigualdades polinómicas 215
- 2.1.6. Desigualdades fraccionarias 218
  - 2.1.6.A. Introducción 218
  - 2.1.6.B. Definición 218
  - 2.1.6.C. Resolución desigualdades fraccionarias 218
- 2.1.7. Desigualdades con radicales 220
  - 2.1.7.A. Introducción 220
  - 2.1.7.B. Definición 220
  - 2.1.7.C. Resolución de desigualdad con radical 220
- 2.1.8. Desigualdades con valor absoluto 223
  - 2.1.8.A. Introducción 223
  - 2.1.8.B. Definición 223
  - 2.1.8.C. Notación de la desigualdad con valor absoluto 224
  - 2.1.8.D. Propiedades en general del valor absoluto 225
  - 2.1.8.E. Teoremas de la desigualdad con valor absoluto 226

## **UNIDAD II**

2.1

2.1.9. Gráficas con valor absoluto	229
2.1.9.A. Introducción	229
2.1.9.B. Resolución mediante la construcción de gráficos	229
2.1.10. Desigualdades exponenciales	230
2.1.10.A. Introducción	230
2.1.10.B. Definición	230
2.1.10.C. Resolución de desigualdades exponenciales	231
2.1.11. Desigualdades Logarítmicas	232
2.1.11.A. Introducción	232
2.1.11.B. Definición	232
2.1.11.C. Propiedades de los logaritmos	232
2.1.11.D. Gráfica de logaritmos	233
2.1.12. Desigualdades con máximo entero	234
2.1.12.A. Introducción	234
2.1.12.B. Definición	234
2.1.12.C. Propiedades del máximo entero	235
2.1.12.D. Teoremas del máximo entero	236
EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA	239
PROBLEMAS RESUELTOS	257

---

## 2.2

2.2.1. Relaciones	287
2.2.1.A. Introducción	287
A.1. Par ordenado	287
A.2. Componentes del par ordenado	288
A.3. Igualdad de pares ordenados	288
A.4. Adición de pares ordenados	288
2.2.1.B. Producto cartesiano	289
B.1. Definición	289
B.2. Cardinalidad	289
B.3. $n$ -tupla ordenada	290
B.4. Propiedades del producto cartesiano	290
B.5. Plano cartesiano	292
B.6. Representación gráfica del producto cartesiano	293
B.7. Diagonal de un conjunto	293
2.2.1.C. Relaciones Binarias	295
C.1. Definición	295
C.2. Consideraciones	296
C.3. Regla de correspondencia	296
C.4. Representación gráfica de una relación binaria	297
C.5. Determinación de una relación binaria	297
C.6. Dominio de una relación	297
C.7. Rango de una relación	297
C.8. Propiedades de una relación binaria	300
2.2.2. Gráfica de una relación de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$	302
2.2.2.A. Introducción	302
2.2.2.B. Definición	302
2.2.2.C. Metodología para graficar una relación de $\mathbb{R}$ en $\mathbb{R}$	302

## 2.2.3. Funciones 307

### 2.2.3.A. Introducción 307

### 2.2.3.B. Definición 307

- B.1. Interpretación de la función  $f(x)$  307
- B.2. Dominio de una función,  $D_f$  308
- B.3. Rango de una función,  $R_f$  308
- B.4. Evaluación de una función 309
- B.5. Formas de representar una función 310

### 2.2.3.C. Gráfica de una función 311

- C.1. Definición 311
- C.2. Evaluación de una función a partir de su gráfica. 311
- C.3. Determinación de la extensión de la función, en forma gráfica 312
- C.4. Interpretación de la gráfica de una función 312
- C.5. Criterio de la recta vertical 312
- C.6. Reconocimiento de una función 313
- C.7. Reconocimiento de las ecuaciones que definen una función 313
- C.8. Obtención de las imágenes de una función 314
- C.9. Regla de correspondencia de una función 314
- C.10. Función real de una variable real 315
- C.11. Regla del máximo dominio 315
- C.12. Aplicación de M en N 315

### 2.2.3.D. Tipos de funciones 316

- D.1. Función constante 316
- D.2. Función identidad 316
- D.3. Función lineal 317
  - D.3.1. Pendiente de una recta 317
  - D.3.2. El reloj de la pendiente de una recta 318
  - D.3.3. Pendiente como razón de cambio 321
  - D.3.4. Aplicación de la función lineal 322
- D.4. Función cuadrática 322
  - D.4.1. Propiedades de la función cuadrática 323
  - D.4.2. Análisis del gráfico de una función cuadrática 325
  - D.4.3. Optimización de una función cuadrática 326
  - D.4.4. Valor máximo o mínimo de una función cuadrática 326
  - D.4.5. Aplicaciones de la función cuadrática 327
- D.5. Función valor absoluto 328
- D.6. Función raíz cuadrada 329
- D.7. Función escalón Unitario 330
- D.8. Función signo 331
- D.9. Función máximo entero 332
- D.10. Gráfica de una función definida por partes 333
- D.11. Funciones potencia 334
- D.12. Funciones crecientes y decrecientes 336
  - D.12.1. Introducción 336
  - D.12.2. Definición 336
  - D.12.3. Tasa de cambio promedio 337
- D.13. Funciones par e impar 338
  - D.13.1. Introducción 338
  - D.13.2. Definición 338

- D.14. Función inyectiva o uno a uno 339
- D.15. Función suryectiva 342
- D.16. Función biyectiva 343
- D.17. Función inversa 345
  - D.17.1. Definición 345
  - D.17.2. Propiedad de la función inversa 346
  - D.17.3. Determinación de la inversa de la función uno a uno 346
  - D.17.4. Análisis geométrico de la gráfica de la función inversa 347
  - D.17.5. Aplicación de la función inversa 348
- D.18. Función polinomial 348
  - D.18.1. Introducción 348
  - D.18.2. Definición 349
  - D.18.3. Gráficas de polinomios 350
  - D.18.4. Comportamiento extremo de polinomios 350
  - D.18.5. Ceros reales de polinomios 351
  - D.18.6. Recomendaciones para graficar funciones polinomiales 352
  - D.18.7. Efecto de la multiplicidad 353
  - D.18.8. Extremos locales de polinomios 355
  - D.18.9. Familia de polinomios 356
  - D.18.10. Teorema del valor intermedio para polinomios, TVI 356
- D.19. Función racional 357
  - D.19.1. Introducción 357
  - D.19.2. Definición 357
  - D.19.3. Análisis de la gráfica de las funciones racionales 358
  - D.19.4. Definición de asíntota 359
  - D.19.5. Procedimiento para trazar a mano la gráfica de una función racional 363
- 2.2.3. E. Transformación de funciones 366
- 2.2.3. F. Modelado con funciones 368
  - F.1. Introducción 368
  - F.2. Definición 368
  - F.3. Características 368
  - F.4. Campo de aplicación 368
  - F.5. Modelación matemática 368
  - F.6. Sugerencias para resolver problemas que implican una función como modelo matemático 369
- 2.2.3. G. Combinación de funciones 371
  - G.1. Definición 371
  - G.2. Combinación gráfica de funciones 372
- 2.2.3. H. Composición de funciones 372
  - H.1. Introducción 372
  - H.2. Definición 372
  - H.3. Dominio de la composición de funciones 372
  - H.4. Diagrama de máquina 373
  - H.5. Propiedades de la composición de funciones 378
- 2.2.3. I. Funciones exponenciales 379
  - I.1. Introducción 379

- I.2. Aplicaciones 379
- I.3. Definición 380
- I.4. Evaluación de una función exponencial 380
- I.5. Gráficos de funciones exponenciales a través de la tabulación 380
- I.6. Familia de funciones exponenciales 381
- I.7. Transformación de funciones exponenciales 381
- I.8. Análisis de las gráficas de la función exponencial 382
- I.9. Función exponencial natural 383
- I.10. Aplicación en Economía 384
- 2.2.3. J. Funciones logarítmicas 386
  - J.1. Introducción 386
  - J.2. Aplicaciones 386
  - J.3. Definición 386
  - J.4. Conversión de formas 387
  - J.5. Evaluación de una función logaritmo 387
  - J.6. Funciones inversas entre sí 387
  - J.7. Familia de funciones logarítmicas 388
  - J.8. Transformación de funciones logarítmicas 389
  - J.9. Análisis de las gráficas de la función logarítmica 389
  - J.10. Función logarítmica natural 391
  - J.11. Propiedades de los logaritmos 392
  - J.12. Logaritmos comunes 393
  - J.13. Determinación del dominio de las funciones logarítmicas 393
  - J.14. Leyes de los logaritmos 393
  - J.15. Expansión y reducción de expresiones logarítmicas 394
  - J.16. Cambio de base 394
  - J.17. Regla de la cadena 395
  - J.18. Cologaritmo y antilogaritmo 395
  - J.19. Relación del cologaritmo, antilogaritmo y el logaritmo 396
- 2.2.3. K. Ecuaciones exponenciales y logarítmicas 396
  - K.1. Definición 396
  - K.2. Requerimientos para la resolución de ecuaciones exponenciales y logarítmicas 396
  - K.3. Recomendaciones para resolver ecuaciones exponenciales 396
  - K.4. Recomendaciones para resolver ecuaciones logarítmicas 398
- 2.2.3. L. Modelado con funciones exponenciales y logarítmicas 400
  - L.1. Introducción 400
  - L.2. Modelo con funciones exponenciales 400
    - L.2.1. Crecimiento exponencial 400
    - L.2.2. Decaimiento radiactivo 401
    - L.2.3. Crecimiento logístico 403
    - L.2.4. Difusión de una actividad 404
    - L.2.5. Ley del enfriamiento de Newton 405
  - L.3. Modelo con funciones logarítmicas 406
    - L.3.1. Intensidad de terremotos 406
    - L.3.2. Acidez química 407

L.3.3. La intensidad del sonido 407

EJERCICIOS PARA APLICAR LA TEORÍA 408  
PROBLEMAS RESUELTOS 463

---

## **APÉNDICE**

 TABLAS 491

 FIGURAS 499

---