
Contenido

Prólogo	7
Capítulo 1	
Generalidades	17
Algunas definiciones preliminares	17
Solución de una ecuación diferencial	17
Soluciones generales y particulares. Condiciones iniciales	19
Construcción de la ecuación diferencial dada su solución general	21
Soluciones singulares	24
Interpretación geométrica de la ecuación $y' = f(x, y)$	26
Comentarios acerca de la existencia y unicidad de soluciones	28
Ejercicios (Capítulo 1)	29
Capítulo 2	
Ecuaciones de primer orden	35
1. Ecuaciones de variables separables	35
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 1)	40
2. Ecuaciones homogéneas y reducibles a homogéneas	42
2.1 Ecuaciones homogéneas	42
2.2 Ecuaciones reducibles a homogéneas	47
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 2)	52
3. Ecuaciones lineales y reducibles a lineales	54
3.1 Ecuaciones lineales	54
3.2 Ecuaciones reducibles a lineales	65
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 3)	71

4. Ecuaciones diferenciales exactas. Factores de integración	75
4.1 Ecuaciones exactas	75
4.2 Factores de integración	82
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 4)	91
5. Ecuaciones exactas desde un punto de vista avanzado (un poco de análisis matemático)	94
5.1 Nuestro contraejemplo	96
5.2 Formas diferenciales. Integrales curvilíneas	100
5.3 Caracterización de ecuaciones exactas	107
5.4 Propiedad local de exactitud	113
5.5 Homotopía. Conjuntos simplemente conexos	115
5.6 El teorema de Green en un rectángulo	119
5.7 Formas diferenciales inducidas	121
5.8 Integrales curvilíneas y homotopía	124
5.9 Comentarios finales	129
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 5)	132
Apéndice a la sección 5. El teorema de Cauchy en variable compleja	136
6. Ecuaciones de Lagrange y de Clairaut	139
Ejercicios (Capítulo 2. Sección 6)	146
Apéndice al capítulo 2	
Un teorema de existencia y unicidad	146
Algunos antecedentes de análisis	147
Teorema de existencia y unicidad	159
Comentarios finales	165
Capítulo 3	
Aplicaciones	169
1. Aplicaciones a la mecánica	169
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 1)	198
2. Aplicaciones a la química	202
2.1 Problemas de mezclado	202
2.2 Problemas de disoluciones	210
2.3 Problemas de cinética química	217
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 2)	223
3. Aplicaciones a la descripción geométrica de las curvas en el plano	228
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 3)	244
4. Trayectorias ortogonales e isogonales	244
4.1 Trayectorias ortogonales	244
4.2 Trayectorias isogonales	261
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 4)	263

5. Aplicaciones a problemas relacionados con crecimiento y decrecimiento	264
5.1 Desintegración radiactiva	265
5.2 Ley de enfriamiento de Newton	269
5.3 Modelos de población	275
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 5)	280
6. Aplicaciones diversas	283
6.1 La catenaria	283
6.2 La tractriz	285
6.3 La catenaria y la tractriz	287
6.4 La propiedad focal de una parábola	292
Ejercicios (Capítulo 3. Sección 6)	294
Apéndice al capítulo 3	
La braquistócrona	296
El comienzo: Galileo	296
La trayectoria recta (el plano inclinado)	298
La trayectoria circular (el péndulo)	299
Los Bernoulli	305
La solución de Johann Bernoulli	306
La solución de Jakob Bernoulli	312
Solución de la ecuación diferencial de la braquistócrona	321
Cálculo del tiempo de descenso	324
Capítulo 4	
Ecuaciones lineales de orden n	327
Teorema de existencia y unicidad para ecuaciones lineales de orden n	329
Ejercicios (Capítulo 4. Introducción)	331
1. Estudio de las soluciones de una ecuación lineal homogénea de orden n	333
1.1 Dependencia e independencia lineal de funciones. Wronskianos	334
1.2 Independencia lineal de soluciones	338
1.3 Una fórmula para el Wronskiano: la fórmula de Abel	339
1.4 Sistema fundamental de soluciones	342
1.5 Construcción de la ecuación lineal homogénea de orden n dado su conjunto fundamental de soluciones	346
1.6 Algunas propiedades de las soluciones de una ecuación lineal homogénea de segundo orden	348
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 1)	351
2. Reducción del orden	355
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 2)	360
3. Variación de parámetros	362
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 3)	370

4. Ecuaciones homogéneas con coeficientes constantes	373
4.1 Construcción de la solución general de $ay'' + by' + cy = 0$	373
4.2 Caso de raíces complejas	378
4.3 Resumiendo	380
4.4 Generalizando	381
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 4)	386
5. Ecuaciones no homogéneas con coeficientes constantes	389
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 5)	408
6. Métodos con operadores	415
6.1 El operador $F(D)$	416
6.2 El operador $\frac{1}{F(D)}$	422
6.3 Aplicación a la obtención de soluciones particulares	428
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 6)	434
7. Ecuaciones de Euler	435
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 7)	438
8. Fenómenos de vibraciones	440
8.1 Sistemas masa-resorte y circuitos RLC	443
8.2 Vibraciones libres	449
8.3 Vibraciones forzadas	461
Ejercicios (Capítulo 4. Sección 8)	469

Capítulo 5

Solución por series de potencias 473

1. Series de potencias	477
Ejercicios (Capítulo 5. Sección 1)	484
2. Puntos ordinarios y puntos singulares	487
Ejercicios (Capítulo 5. Sección 2)	488
3. Solución en serie de potencias alrededor de puntos ordinarios	489
3.1 La ecuación de Legendre	494
Ejercicios (Capítulo 5. Sección 3)	502
4. Solución en serie de potencias alrededor de puntos singulares regulares	505
4.1 Las raíces de la ecuación indicial son iguales	519
4.2 Las raíces de la ecuación indicial difieren por un entero	526
Ejercicios (Capítulo 5. Sección 4)	536

5. La ecuación de Bessel	538
Ejercicios (Capítulo 5. Sección 5)	549
Apéndice al capítulo 5	
La función gamma y la función beta	553
 Bibliografía	 561